رسالہ جبر و مقابلہ

حصہ اول

مجاریہ و مستعملہ مدارس سررشتہ تعلیم ممالک مغربی و شمالی

جسکو

پنڈت بنسی دھر نے باعانت پنڈت موہن لال تالیف کیا

حسب الایماے

مروج علم و ہنر جناب ولیم ہینڈفورڈ صاحب بہادر ڈایرکٹر آف پبلک انسٹرکشن

ملک اودہ واسطے استعمال مدارس و مکاتب سررشتہ تعلیم اودہ کے

بمقام لکھنو

مطبع منشی نول کشور مین چھاپا گیا

سنہ ۱۸۶۵ء



جسطرح علم حساب مین تعداد کی بجاے ہندسے ۱ ۲ ۳ ۴ وغیرہ لکھے
جاتے ہین اسیطرح جبر و مقابلے مین تعداد کی بجاے حروف لکھے جاتے
ہین جیسے پانی کے بخارات کے زور سے دھوئین کی ناو ہزارہا من مال
لاد کر دریاے گنگ مین مثل ہوا اڑی چلی جاتی ہے اور جس ناو کو ہاتھون
سے کھینچتے ہین اوسمین دھوئین کی ناو کی بہ نسبت مال بھی کم لدتا ہے
اور رینگتی سی جاتی ہے اسیطرح جبر و مقابلے سے جو سوالات مشکل
بآسانی حل ہو جاتے ہین وہ سوالات علم حساب سے بدقت حل
ہوتے ہین اور بیشمار سوال ایسے ہین کہ علم حساب سے اونکے جواب
ہرگز نہین نکلتے سوال مندرجہ ذیل اس مراد سے لکھا جاتا ہے کہ
مبتدیون پر روشن ہو کہ جبر و مقابلے سے بہ نسبت علم حساب کے سوالات

مشکل بآسانی حل ہو جاتے ہین

سوال

وہ کونسا عدد ہے کہ جب اوسمین ۱۰ ملاوین تو حاصل جمع عدد مطلوب سے سہ چند ہو حساب دان لوگ بموجب قاعدہ حساب خطائین کے اس سوال کو اسطرح پر حل کرینگے

اول فرض کرو کہ ۲۰ عدد مطلوب ہے تو اسمین ۱۰ جوڑنے سے ۳۰ حاصل جمع ہوا اور سہ چند یعنی تین گنا ۲۰ کا ۶۰ ہے اسلیے ۶۰ اور ۳۰ مین ۳۰ کا فرق رہا دوسرے فرض کرو کہ ۱۰ عدد مطلوب ہے تو اسمین ۱۰ جوڑنے سے ۲۰ حاصل جمع ہوا اور تین گنا ۱۰ کا ۳۰ ہے اسلیے ۳۰ اور ۲۰ مین ۱۰ کا فرق رہا پھر بموجب قاعدہ حساب خطائین کے ۳۰ گنے ۱۰ یا ۳۰۰ مین سے ۱۰ گنے ۲۰ یا ۲۰۰ کم کیے تو ۱۰۰ باقی بچے اس باقی کو دونون تعداد کے فرق یعنی ۳۰ اور ۱۰ کے حاصل تفریق ۲۰ پر قسمت کرنے سے ۵ حاصل ہوے یہی عدد مطلوب ہوا ❊

جبر و مقابلے کے بموجب اس سوال کے حل کرنے کا یہہ طریق ہے فرض کرو کہ د عدد مطلوب ہے تو بموجب شرائط سوال کے د+۱۰=۳د دونون مقادیر مساوی یعنی د+۱۰ اور ۳د ان مین سے د کو منہا کیا تو ۲د=۱۰ اور نصف ۲د یعنی د=۵ یہی عدد مطلوب ہوا

جبر و مقابلہ پڑھنے والون کو چاہیے کہ ان دو طریقون سے اُس سوال کا جواب نکالے ہے اونمین دیکھین کہ کونسا طریق سہل اور مختصر ہے اور ایسے سوال بے انتہا ہین کہ وے علم حساب سے مطلق حل نہین ہو سکتے ہیں حقیقت سے دکھلانے کے لیے اگر اس مقام پر کوئی مثال لکھی جاتی تو اُسکا سمجھنا ابھی مبتدیون کو مشکل ہوتا مگر یہہ حال آگے ظاہر ہوگا +

حدود

دفعہ ۱ لفظ **مقدار** کے معنی اندازہ ہین اور اوس سے ہر ایک اندازہ یعنی تعداد معلوم ہو جاتی ہے کہ وہ چیز تول اور شمار وغیرہ مین کسقدر ہے اسیلیے علم حساب مین مقدار کی بجاے ہندسہ لکھتے ہین مثلاً آدمیون کی مقدار یا تعداد شمار سے معلوم ہوتی ہے اور کپڑے کی مقدار تعداد گز سے جیسے ۱۰ آدمی اور ۲۰ گز کپڑا +

جبر و مقابلے مین **مقادیر معلومہ** یعنی جانی ہوئین مقادیر کی جگہہ مثلاً ۱۰ آدمی ۲۰ گھوڑے وغیرہ کے بجاے حروف ح س ط ع وغیرہ بالکھتے ہین اور **مقادیر مجہولہ** یعنی بے جانی ہوئین مقادیر (مثلاً ایک شخص نے پوچھا کہ کتنے گز کپڑا ہے یا کتنے من غلہ یہان گز اور من کی تعداد نامعلوم ہین) کی بجای د ر لا ہو وغیرہ لکھتے ہین ان حروف استعمال سے عمل حساب مختصر ہو جاتا ہی کیونکہ مثلاً ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ کے بجاے صرف

ایک حرف ح لکھ سکتے ہین

جمع و تفریق اور ضرب و تقسیم وغیرہ کی علامات لکھتے ہین

دفعہ ۲ + یہہ علامت واسطے جمع کے آتی ہی اسے **علامت جمع** یا **علامت اثبات** کہتے ہین اور جب + یہہ علامت دو مقادیر کے بیچ مین آتی ہے تو اوس سے یہہ مراد سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار مین بائین طرف کی مقدار جمع کرنی ہے مثلاً ح + س ہی اسے ح مثبت س پڑہتے ہین اور اس سے یہہ مراد سمجھتے ہین کہ ح مقدار مین س مقدار شامل کرنی ہے اور فرض کرو کہ ح برابر ہے ۵ کے اور س برابر ۷ کے تو ح + س برابر ہوگا ۵ + ۷ یا ۱۲ کے اور جو ط ۴ کے برابر ہو تو ح + س + ط کو ح مثبت س مثبت ط پڑھینگے اور یہہ ۱۲ + ۴ یا ۱۶ کے برابر ہوگا ✤

دفعہ ۳ — یہہ علامت واسطے تفریق کے آتی ہے اور اسے **علامت تفریق** یا **علامت نفی** کہتے ہین اسلیے جب یہہ علامت دو مقادیر کے بیچ مین آوے تو اس سے یہہ سمجھو کہ داہنے طرف کی مقدار مین سے بائین طرف کی مقدار گھٹانی ہے مثلاً ح — س کو ح منفی س پڑھتے ہین اور اسکے یہہ معنی ہین کہ ح مین سے س کو منہا کرنا ہی اگر بجاے ح کے ۱۰ رکھو اور بجاے س کے ۶ تو ح — س برابر ہوگا ۱۰ — ۶

یعنی ۴ کے اور جو ط برابر ہو ۳ کے تو ح ــ س ــ ط کو ح منفی س منفی ط پڑھینگے اور وہ برابر ہوگا ۴ ــ ۳ یا ایک کے ✦

دفعہ ۴ × یہہ علامت واسطے ضرب کے آتی ہے اسے علامت ضرب بولتے ہین اسلیے جب × یہہ علامت دو مقادیر کے درمیان مین آوے تو اوس سے یہہ مراد سمجھتے ہین کہ داہنی طرف کی مقدار مین بائین طرف کی مقدار کو ضرب دینا ہے مثلاً ح × س کو ح مضروب س مین یا مقدار س کو مقدار ح مین ضرب دینا پڑھینگے اور اسکے یہہ معنی ہین کہ س کو ح مین ضرب دینا ہے اگر ح کو ۶ کے برابر فرض کرو اور س کو ۴ کے برابر تو ح × س برابر ہوگا ۶ × ۴ یعنی ۲۴ کے اگر ط کو ۲ کے برابر فرض کرو تو ح × س × ط کو ح مضروب س مضروب ط پڑھینگے اور یہہ ۲۴ × ۲ یا ۴۸ کے برابر ہوگا اسیطرح ۳ × د کے معنی ہین ۳ مضروب د یا تین د یعنی ۳د

× اس علامت کے عوض ۔ ایسا ایک نقطہ بھی لکھتے ہین جب دو یا زیادہ مقادیر کو آپسمین ضرب کرتے ہین تو اونکے درمیان علامت ضرب نہین لکھتے اسلیے جب دو مقادیر کے درمیان کوئی علامت نہو تو جانو کہ بائین طرف کی مقدار داہنی طرف کی مقدار مین ضرب دیجائیگی مثلاً ح × س یا ح ۔ س یا ح س ان سب سے یہی مراد ہے کہ مقدار س ح دفعہ جوڑی جائیگی یا مقدار س مقدار ح مین ضرب دیجائیگی اسیطرح

۷ دسے ۷ دفعہ وجانو ح × س × ط و ح . س . ط اور ح س ط
ان سب سے ایک ہی مراد ہے اور ۳ د سے ۳ د اور ر کا تین گنا حاصل ضرب
سمجھو اور دو حروف یا ایک عدد اور ایک حرف کے درمیان کوئی علامت
نہونے سے بھی یہہ سمجھو کہ اونکا حاصل ضرب نکالنا ہے اور مقدار کے پڑہنے
مین لفظ مضروب نہین بولتے مثلاً ح س اور ۳ د کو ح س اور تین د
پڑھتے ہین اسلیے ۳ د اور ۳ + د یا تین گنا د اور تین مثبت د ان متفرق
مقادیر کو یکسان نسمجھو اکثر دو اعداد کے درمیان علامت جمع نہین لکھی جاتی مثلاً
$2\frac{1}{2}$ سے $2+\frac{1}{2}$ جانو اور ۲۳ سے ۲۰ + ۳ سمجھو اور ضرب کرنے مین
دو حروف یا ایک عدد اور ایک حرف کے بیچ علامت ضرب نہین لکھتے
ہین اور جب دو اعداد کو ضرب دینا منظور ہوتا ہے تو اونکے درمیان
یہہ علامت اسلیے نہین لکھتے کہ اس سے مغز سمجھا جاویگا *

دفعہ ۵ ۳ × ۴ برابر ہے ۴ × ۳ کے
۵ × ۷ برابر ہے ۷ × ۵ کے
۶ × ۱۰ کے ۱۰ × ۶ ایضاً
ح × س کے س × ح ایضاً
ح س کے س ح ایضاً

دفعہ ۶ ح $\overline{\text{س}}$ یا س $\overline{\text{ح}}$ مقدار مین $\overline{\text{س}}$ کا مضروب فیہ ح سر یا

امتثال کہلاتا ہے یا ح کا مضروب فیہ س سر کہلاتا ہے جسطرح شرکت
مین ایک شخص کا شریک ہوتے ہین اوسیطرح دوسرے شخص کو بھی پہلے
شخص کا شریک کہتے ہین ۳ د کا ۳ سر ہے کیونکہ د کو ۳ گنا کرنے سے
حاصل ضرب ۳ د کے برابر ہوتا ہے اور ۳ د ر مین د ر کا ۳ سر ہے ر کا
۳ د سر ہے اور ۳ ر کا د سر ہے اور ۲ ح س ط مین ط کا ۲ ح س
سر ہے س کا ۲ ح ط سر ہے ح کا ۲ س ط سر ہے اور ح س ط کا
۲ سر ہے مقدار ح کا سر آ ہے کیونکہ ۱ ح = ح اور ح سے ایک
ح جانا جاتا ہے مقدار کو سر مین ضرب دینے سے یہہ سمجھو کہ عدد سر مین
جتنی اکائیان ہین اوتنی دفعہ مقدار مذکور کو جمع کرنا ہے مثلاً ۳ د ر کے
معنی ہین ۳ دفعہ د ر یا ۳ د دفعہ ر اسمین ر کا سر ۳ د ہے یا ۳ ر
دفعہ د اسمین د کا سر ۳ ر ہے اور ح سے مقدار ح فقط ایک گنی
جاتی ہے اس باعث اوسکا سر ایک ہے ؛

ضرب دینے مین ۳ د دفعہ یا ۲ ح س دفعہ کہنا صحیح ہے کیونکہ ایک
حرف بجاے ایک مقدار یا عدد کے لکھا جاتا ہے مثلاً ۳ د ر مین اگر بجاے د کے
۱۰ رکھو تو ۳ د برابر ہوگا ۳۰ کے اور ۳ د دفعہ ر برابر ہوگی ۳۰ ر کے
دفعہ ۷ ÷ یہہ تقسیم کرنے کی علامت ہے اور اسے علامت
تقسیم کہتے ہین اسلیے جن دو مقادیر کے درمیان ÷ یہہ علامت

آوے تو اوس سے یہہ سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار بائین طرف کی مقدار پر تقسیم کی جائیگی مثلاً ح ÷ س کو ح مقسوم س پر یا مقدار ح مقدار س پر تقسیم کی گئی پڑھینگے اور ۸ ÷ ۴ برابر ہے ۲ کے مگر اکثر بجاے ح ÷ س کے ح/س لکھتے ہین کیونکہ اسکے بھی وہی معنی ہین جو ح ÷ س کے ہین اسیطرح ۸/۴ برابر ہے ۸ ÷ ۴ کے کیونکہ دونون مقادیر ۲ کے برابر ہین حدود مرقومۂ بالا کے ذہن نشین ہونے کے لیے امثال ذیل لکھی جاتی ہین اگر ح برابر ہے ا کے س برابر ہے ۳ کے اور د برابر ہے ۷ کے تو بتلاؤ کہ مقادیر مندرجہ ذیل کونسی اعداد کے برابر ہونگے

۱ سوالات

(۱) ح + س + د

(۲) ح + س − د

(۳) ح − س + د

(۴) ح − س − د

(۵) ۲ ح − د

(۶) ۴ ح + ۳ س − ۲ د

(۷) ۴ ح + ۲ س − ۲ د

(۸) ۵ ح − ۴ س − ۴ د

(۹) ۲ ح س + ۳ د

(۱۰) ۲ ح + ۵ − ۳ س د + ۱۰۰

(۱۱) ۷ ح س − ح س د

(۱۲) ۳ ح + س د − د د

(۱۳) ۳ ح د مین د کا سر کیا ہے

(۱۴) ح س د مین د کا سر کیا ہے

(۱۵) ۶ ح س د مین س د کا سر کیا ہے ٭

(۱۶) ۲ ح ب ۲ ح س ب ح س د ۳ ح س د ۲ ح ب ح د ۔

ع ح د اور ح س د ۔ ان ہر ایک مقادیر کے ح کا سر کیا ہے ٭

(۱۷) ۲۵ کا ایسا کونسا سر ہے کہ اگر اوسمین د ۲ کو ضرب دین تو حاصل ضرب ۱۲۵ ہے

(۱۸) ۳ + د اور ۳ د مین کیا فرق ہے اگر د برابر ہو ۲ کے ٭

(۱۹) ۳ ح + د اور ۳ ح ـــ د مین کیا فرق ہے جبکہ ح برابر ہے ۱ کے اور د برابر ۶ کے ٭

(۲۰) ۳ ح + د اور ۳ ح د مین کیا تفاوت ہے جبکہ ح برابر ہے ۳ کے اور د برابر ۲ کے

جبکہ ح برابر ہے ۱۰ کے اور س برابر ۳ کے اور د برابر ۲ کے تو بتلاؤ کہ

(۲۱) ۳ ح د ÷ ۷ کسکے برابر ہوگا (۲۶) $\frac{۳}{س}$ ح + ۲ د ـــ ح ۳ س د ایضاً

(۲۲) ۳ ح د ÷ ۷ س ایضاً (۲۷) ۵ ح د ـــ ۵ س + ح ایضاً

(۲۳) $\frac{۲ ح + د}{س}$ ایضاً (۲۸) $\frac{۳ د}{۲ + ح ۴}$ + $\frac{۴ س}{۱۰ ح ـــ ۱۶}$ ایضاً

(۲۴) $\frac{۳ س + ۳ د}{ح}$ ایضاً (۲۹) $\frac{۲ ح + ۴ س}{۳ د ـــ ح ـــ س}$ + $\frac{ح ـــ ۲ س}{د ـــ س}$ ایضاً

(۲۵) $\frac{ح ـــ د}{س}$ ایضاً (۳۰) $\frac{۲ ح}{س + د}$ + $\frac{ن س}{ح ـــ د}$ ـــ $\frac{ع د}{ح ـــ س}$ ایضاً

دفعہ ۸ اگر ایک عدد کو اوسی عدد مین کئی بار ضرب دین تو اسطرح کے ضرب کرنے کو **عمل صعود** کہتے ہین اسکی مثال ذیل مین مندرج ہوتی ہین

س × س کو س^{۲} لکھتے ہین اور اوسے س مجذور یا **مال**
یا س کی **دوسری قوت** کہتے ہین ؛

س × س × س کو س^{۳} لکھتے ہین اوسی س کا **کعب** یا س کی
تیسری قوت بولتے ہین ؛

س × س × س × س کو س^{۴} لکھتے ہین اور اوسی س کا **مجذور**
مجذور یا **مال مال** یا س کی **چوتھی قوت** بولتے ہین مگر یہہ
بات یاد رکھو کہ س^{۱} اور س کے ایک ہی معنی ہین اور س اور س^{۰}
مین فرق ہے آگے پڑھنے سے معلوم ہو جائیگا کہ س^{۰} برابر ہے ایک*
کے یعنی کسی مقدار کی قوت صفر برابر ۱ کے ہوتی ہے مقادیر کے اوپر
بائین طرف جو ۱، ۲، ۳، ۴ وغیرہ اعداد لکھے جاتے ہین اونکو قوت نما
بولتے ہین کیونکہ اونسے مقادیر کی قوتون کی تعداد دریافت ہو جاتی ہین ؛

ح + ح کو ۲ح لکھتے ہین اور ح × ح کو ح^{۲} لکھتے ہین اگر ح
برابر ہے ۴ کے تو ۲ح برابر ہوگا ۸ کے اور ح^{۲} برابر ہوگا ۱۶ کے
اور یاد رکھو کہ ۲ح^{۲} کے معنی ہین ح کا مجذور دو چند نہ کہ ۲ح کا مجذور ؛

دفعہ ۹ **عمل صعود** کے برعکس **عمل نزول** ہوتا ہے اور جزر
کسی ایک مقدار کا ایسی دوسری مقدار کو کہتے ہین کہ اگر اوس
دوسری مقدار کو اوس ہی مین ایک بار یا کئی بار مطابق آحاد

قوت نما کے ضرب دین تو حاصل ضرب مقدار اول کے برابر ہووے
چنانچہ ۹ کا ۳ جذر المال ہے کیونکہ ۳ کا مجذور یا ۳ × ۳ برابر ہے
۹ کے اور ۲۷ کا ۳ جذر الکعب ہے کیونکہ ۳ کا کعب یا ۳ ×
۳ × ۳ برابر ہے ۲۷ کے اسیطرح $ح^۲$ کا جذر المال یعنی جذر ح
ہے کیونکہ ح × ح برابر ہے $ح^۲$ کے اور $ح^۳$ کا جذر الکعب ح ہی کسواسطے
کہ ح × ح × ح برابر ہے $ح^۳$ کے $\sqrt[۲]{}$ یا $\sqrt{}$ یہہ
علامت جذر المال یعنی علامت جذر ہی $\sqrt[۳]{}$ یہہ
علامت جذر الکعب ہے اکثر علامت جذر یا جذر المال کی
$\sqrt{}$ یہہ لکھی جاتی ہے مگر $\sqrt[۲]{}$ یہہ علامت
جذر المال صحیح ہے ÷

مثلاً $\sqrt{ح}$ اس سے ح کا جذر المال سمجھو جسطرح ح + ح
کے بجاے ۲ ح لکھتے ہین اوسیطرح $\sqrt{ح} + \sqrt{ح}$
یا ح کا جذر المال دوچند ۱ سے ۲ $\sqrt{ح}$ لکھتے ہین اور
ح کا جذر المال دوچند پڑھتے ہین $\sqrt{ح\,س}$ اس سے ح
مضروب س کا جذر المال سمجھو $\sqrt{ح + س}$ اس سے
ح مثبت س یا ح اور س کے مجموعہ کا جذر المال اور جس مقدار کا جذر
نکالنا ہو اوسکے اوپر علامت جذر $\sqrt{}$ کا اوپری

حصہ یعنی - بڑھا کر لکھو جس سے مقدار پر علامت جذر کا حصہ مذکور خط وحدانی کے طور پر ہو جاوے اگر بجاے ح کے ۱۶ فرض کرو اور بجاے س کے ۹ تو $\sqrt{ح+س}$ برابر ہوگا $\sqrt{25}$ یا ۵ کے اور $\sqrt{ح س}$ برابر ہوگا $\sqrt{144}$ یا ۱۲ کے $\sqrt{\frac{ح}{س}}$ سے $\frac{ح}{س}$ کسر کا جزر المال جانو مگر $\sqrt{\frac{ح}{س}}$ سے یہہ سمجھو کہ ح کے جزر المال کو س کے جزر المال پر تقسیم کرتا ہے ٭

۲ سوالات

اگر ح برابر ہے ایک کے س برابر ۹ کے اور ط برابر ۸ کے تو بتلاؤ کہ ہر ایک مقدار مندرجہ ذیل کس عدد کے برابر ہوگی ٭

(۱) $ح^۲ + س^۲ - ط^۲$ ٭ (۶) $\frac{س^۲}{ح} + \frac{ح^۲}{س} - \frac{۲ ط}{۲ ح}$

(۲) $۱۴ ح^۲ + ۳ س^۲ - ۳ ط^۲$ (۷) $\frac{۸ ح س^۲}{۴ ط} - \frac{۹ ح ط^۲}{۲ س ط}$

(۳) $۵ ح س ط - ۲ س^۲ + ۳ ط^۲$ (۸) $م ح^۲ + ن س^۲ - ع ط^۲$

(۴) $ح^۲ س + س^۲ ط$ (۹) $۲ \sqrt{س} - \sqrt{۲ ط}$

(۵) $۱۱ ح س^۲ + ۲۰ ح س - ۲ س ط^۲$ ٭ (۱۰) $\sqrt{ح س} + \sqrt{ح^۲ س}$

(۱۱) $ح + \sqrt{س} - \sqrt{ح س} + ۲ \sqrt{۲ ط س}$

(۱۲) $\sqrt{۲ ط س} - \sqrt{۲ س - ۲ ح}$

(۱۳) $م \sqrt{\frac{س}{ح}} + ن \sqrt{\frac{س ط}{۴}} - ع \sqrt{۲ ح ط}$

(١٤) $\sqrt[3]{ح ط} + \sqrt{٤س} - ٢\sqrt[3]{ط ط}$

(١٥) $\sqrt{س + ط - ح} - \sqrt[3]{٢س - ٢ط - ٣ح}$

(١٦) $\sqrt[3]{ح} + \sqrt{٢ط} + \sqrt[3]{\frac{س ط}{٩}} - ٤\sqrt[3]{س - ح}$

(١٧) اگر ح برابر ہے ٢ کے تو ٣ح اور $ح^٣$ مین کیا فرق ہوگا

(١٨) اگر د برابر ہے ١٠٠ کے تو $٢\sqrt{د}$ اور $٢ + \sqrt{د}$ مین کیا فرق ہوگا

(١٩) اگر د کو ٦٤ مانو تو $٣\sqrt{د}$ اور $\sqrt[3]{د}$ مین کیا فرق ہوگا

اگر ح کو ایک کے برابر فرض کرو اور س کو ٨ کے برابر تو $\sqrt[3]{ح + س}$ اور $\sqrt[3]{ح} + س$ مین کیا تفاوت ہوگا +

(٢٠) ح کو ١٦ کے برابر فرض کرو اور س کو ٤ کے برابر تو $\sqrt{\frac{ح}{س}}$ اور $\frac{\sqrt{ح}}{س}$ مین کیا فرق ہوگا +

دفعہ ١٠ = اس علامت کو **علامت مساوات** کہتے ہین اور اوسکو اسطرح پر پڑھتے ہین کہ مثلاً ٢ + ٤ = ٦ کو ٢ مثبت ٤ برابر ہے ٦ کے پڑھینگے ح + د = س سے یہہ سمجھو کہ ح اور د کا حاصل جمع برابر ہے س کے ۔ ٤ ÷ ٤ = ١ اور $\sqrt{٢٥} = ٥$

> یہہ علامت بڑائی کی ہے مثلاً ح > س کو معتد اس ح بڑی ہے س سے پڑھتے ہین +

> یہہ علامت چھوٹائی کی ہے مثلاً ح > س کے یہہ معنی ہین کہ مقدار ح چھوٹی ہے مقدار س سے ٭

∴ اس علامت کو **اسلیے** پڑھتے ہین

∵ اس علامت کو کیونکہ یا چونکہ پڑھتے ہین

دفعہ ۱۱ جب کہ ایک مقدار کے کئی اجزا ہون اور ہر ایک جز کے داہنی طرف علامت اثبات یا نفی لگی ہو تو مقدار کل کو **مقدار مرکب** کہتے ہین اور ہر ایک جز کو **مقدار مفرد** مثلاً ح — س ح س — ح ط ح + س + ط مقادیر مرکب ہین اور ح اور — س مقادیر مفرد ہین ح س اور — ح ط مقادیر مفرد ہین اور علی ہذا القیاس

ح + س اور + ط مقادیر مفرد ہین

دفعہ ۱۲ **مقدار مثبتہ** اوسے کہتے ہین جسکے داہنی طرف علامت + ہوتی ہے **مقدار منفیہ** اوسے کہتے ہین جسکے داہنی طرف علامت **نفی** — ہوتی ہے کیونکہ + ح یا + ح یا ح اِنکے ایک ہی معنی ہین اسلیے جو مقدار مفرد کے داہنی طرف + یا — کی علامت نہو تو اوسے مقدار مثبت کہینگے جب مقدار مرکب مین مقادیر مفردہ مثبتہ کا مجموعہ مقادیر مفردہ منفیہ کے مجموعہ سے زیادہ یا کم ہو تو اوس

مقدار مرکب کو مثبت یا منفی کہینگے مثلاً کوئی سوداگر یہہ دریافت کیا چاہتا کہ میرے پاس کتنا زر ہے تو اول وہ اپنے پاس کے روپیونکا شمار کریگا اور فرض کرو کہ اوسکے پاس کا زر ح ہے بعد ازان بطور قرض کے جو روپے اوسنے دیے ہونگے اونھین شمار کریگا اور فرض کرو کہ اوسے س روپے قرض کے لینے ہون تو اوسکے پاس کل زر ح + س ہوگا مگر اوس سوداگر کو کچھہ قرض کے روپے بھی دینے ہون اور وہ قرض جمع سے کم ہو اور اوسکی تعداد — ط خیال کرو تو اوس سوداگر کے پاس لیے دیے کے روپے ح + س — ط باقی بچینگے اگر اوسے کل زر سے زیادہ روپے قرض دینے ہونگے تو ظاہر ہے کہ اوسکے پاس کچھہ روپے باقی نرہینگے مگر جسقدر زر قرض کل زر سے زیادہ ہوگا اوسقدر باقی قرض اوسے ادا کرنا ہوگا اور یاد رکھو کہ جب مقدار کی فقط علامت کا ذکر ہو تو + یا — علامت جانو اور سمجھو کہ مقدار مثبت ہے یا منفی ؛

سوالات

۱ جبر و مقابلہ سے کیا مطلب نکلتا ہے

۲ مقادر کے کیا معنی ہین

۳ جبر و مقابلے مین مقادیر کے بجاے حروف کیون لکھتے ہین

۴ ح + س ح مثبت س منفی اسکے کیا معنی ہین کیا ۲ + ۵

اسکے یہہ معنی ہین کہ ۵ مین ۲ جوڑے جاینگے

۵ علم حساب مین ۲۰ کچھ معنی ہین اور جبر و مقابلہ مین ح س سے کیا مراد ہے

۶ کسی مقدار کی بجاے ۳ ح لکھا ہے ۳ ح اور ۳ ح — س ان مین سے کونسی مقدار بڑی ہے

۷ اگر ح کو ایک کے برابر فرض کرو اور س کو ۲ کے برابر اور ط کو ۳ کے برابر تو بتلاؤ کہ مقدار ح س ط برابر ہوگی ۱۲۳ کے یا نہین اگر اوسکے برابر نہوگی تو کس عدد کے برابر ہوگی

۸ علم حساب مین $\frac{۲}{۳}$ ۵ سے کیا مراد ہے اور جبر و مقابلے مین $\frac{م}{ن}$ ح کے کیا معنی ہین

۹ مقدار مثبت کی حد کے بموجب + د سے کیا مراد ہے

۱۰ اگر ایک مقدار کے ۶ اور ۷ مضروب اور مضروب فیہ ہون اور دوسری مقدار کے ۷ اور ۶ تو وے دونون مقدار ایک ہی ہونگی یا نہین اگر ایک ہی ہون تو بتلاؤ کہ وہ کونسی مقدار ہے ح س ط کا کیا ح س مضروب فیہ ہے اور ح س ط مقدار مین جو حروف لکھے ہین اونمین دو حروف کے بیچ مین کونسی علامت محذوف ہے اور دو حرفون کے درمیان کوئی علامت نہونے سے کیا معنی ہوتے ہین

۱۱ بیان کرو کہ ح س — ط یعنی ح س منفی ط سے کیا مراد ہے

۱۲ بیان کرو کہ ۲ح س + ۳ یعنی دو ح س مثبت ۳ سے کیا مراد ہے

جمع

دفعہ ۱۳ جن مقدارون کے حروف یکسان ہون اور ... مختلف اونکو مقادیر متماثلہ کہتے ہین مثلاً ۳ح و ۲ح و ۱۰ح مقادیر متماثلہ ہین اسیطرح ۳ح س و ۶ح س و ۲ح س مقادیر متماثلہ ہین $ح^۲$ ۳ و $ح^۲$ ۵ $ح^۲$ بھی مقادیر متماثلہ ہین ✣

جن مقدارون کے حروف مختلف ہوتے ہین وے مقادیر غیر متماثلہ کہلاتی ہین مثلاً ح و س و د مقادیر غیر متماثلہ ہین اور ۲ح و ۳س و ۴د یے بھی مقادیر غیر متماثلہ ہین اسیطرح ح س و $ح^۲$ س و $ح^۲ س^۲$ مقادیر غیر متماثلہ ہین ✣

مثالین

(۱) ۵ح — ۳س و ۴ح + ۷س اور — ۸ح — ۵س

انمین سے متماثلہ کو ایک جگہہ مین لکھو اور اونکی علامات بدستور رکھو

جواب

+ ۵ح	— ۳س	اس درمیانی خط کے ایک ایک طرف مقادیر متماثلہ ہین اور
+ ۴ح	+ ۷س	
— ۸ح	— ۵س	دونون طرف کی مقادیر ملکر غیر متماثلہ ہین ✣

(۲) $ح^۳$ + ۳$ح^۲$ س + ۳ح $س^۲$ + ۲$ح^۳$ + ۲$س^۳$ + ۵ح $س^۲$

— ۵ ح ط^{2} — ح^{2} س ان مقدارون مین سے مقادیر متماثلہ کو مع علامات کے علیحدہ علیحدہ ایک جگہہ مین لکھو +

جواب

+ ح^{3}	+ ۳ ح^{2} س	+ ۳ ح س^{2}	— ۵ ح ط^{2}	+ ۲ س^{3}
+ ۲ ح^{3}	— ح^{2} س	+ ۵ ح س^{2}		

(۳) ۲ ح — ۳ س + ۷ س ط + س^{2} ط — ۵ ح س ط + ۲ د ر — ۳ د^{2} + ۷ س ط — ۹ ح + ۶ س + ۱۰ ح — ۵ د^{2} — د ر + د^{2} + ح س ط — ۲ س ط + ط^{2} — س — ۳ ط^{2} ان مقدارون مین سے مقادیر متماثلہ کو مع علامات کے علیحدہ علیحدہ ایک جگہہ مین لکھو

جواب

+ ۲ ح	— ۳ س	+ ۷ س ط	+ س^{2} ط	— ۵ ح س ط	+ ۲ د ر	— ۳ د^{2}	+ ط^{2}
— ۹ ح	+ ۶ س	— ۲ س ط	+ ۷ س^{2} ط	+ ح س ط	— د ر	— ۵ د^{2}	— ۳ ط^{2}
+ ۱۰ ح	— س					+ د^{2}	

قاعدہ جمع کرنے مقادیر متماثلہ کا

دفعہ ۱۴ اول جن مقدارون کو جمع کرنا ہو اونکی جو سب علامات + یا — ہون تو اونکے جمع کرنے کا یہہ قاعدہ ہے کہ اعداد سر کو جمع کرکے حاصل جمع کو نیا سر فرض کرتے ہین اور اوسکے ۔ آہنی حرف

علامت مقدار متماثلہ لکھکر اوس سر کے بائین طرف مقدار کے حروف
لکھتے ہین مثلاً ۵ح مین ۴ح جمع کرنے سے ۹ح حاصل جمع
ہوتا ہے کیونکہ ۵ح سے مراد ہے پانچ گنا ح یا ح + ح + ح
+ ح + ح اور اسیطرح ۴ح کے معنی ہین چار گنا ح یا ح + ح + ح + ح
اسلیے ۵ح مین ۴ح جمع کرنے سے ۹ گنا ح یا ۹ح حاصل جمع
ہوا — ۲س سے مراد ہے کہ مقدار ۲س کو گھٹانا ہے —۳س کے
یہہ معنی ہین کہ مقدار ۳س کو گھٹانا ہے اسلیے —۲س مین —۳س جوڑنے
سے —۵س حاصل جمع ہوا اور اوسکے یہہ معنی ہین کہ مقدار ۵س کو گھٹانا ہے
دوم جب متماثلہ مقدارونکو جمع کرنا ہو اور انکی علامات مختلف ہون
یعنی کسی مقدار کی علامت نفی کی ہو تو اعداد سر مثبت کو اور اعداد سر منفی کو
علیحدہ کو علیحدہ جمع کرو اور بڑی حاصل جمع مین سے چھوٹی حاصل جمع کو
گھٹا دو اور حاصل تفریق کے بائین طرف مقدار متماثل کے حروف لکھدو
اور اس کل مقدار کے داہنی طرف بڑی حاصل جمع کی علامت لکھدو مثلاً
۵ح یا + ۵ح مین — ۲ح جمع کرتے ہین تو + ۳ح حاصل جمع ہوگا
کیونکہ + ۵ح سے یہہ مراد ہے کہ ۵ح کو جمع کرنا ہے اور — ۲ح سے
یہہ مراد ہے کہ ۲ح کو گھٹانا ہے اسلیے دونون کو جمع کرنے سے ۳ح حاصل جمع ہوا
۳ح —۲ح —۵ح اور ۱ح کو جمع کرنا ہو تو اون مقدارون ہین

١٣ح مثبت ہین اور ٧ح منفی اسیلیے اونکا ٦ح حاصل جمع ہوا۔
— ۴ح و ٢ح و ٥ح اور —١٠ح کو جمع کرو تو اون مقدارون
مین ٧ح مثبت ہین اور ١٣ح منفی اسیلیے —٦ح حاصل جمع ہوا۔

جمع کی مثالین

٢د	٣ح س	—٥ح	—ح س
۴د	٥ح س	—٦ح	—٥ح س
٧د	٢ح س	—٢ح	—٣ح س
د	ح س	—ح	—٢ح س

حاصل جمع = ١۴د حاصل جمع = ١١ح س حاصل جمع = —١۴ح حاصل جمع = —١١ح س

۴ح	٢در	٣ح²	١٥ح س²
—٧ح	٧در	٢ح²	—٧ح س²
٥ح	—٦در	—٦ح²	—۴ح س²
—ح	—در	٧ح²	٩ح س²
ح	+٥در	—۴ح²	—٣ح س²
١٠ح	در	—٥ح²	—ح س²
—١٠ح	—٨در	١٠ح²	—١٠ح س²
حاصل جمع = ٢ح	X	٧ح²	—ح س²

سوم جبکہ مقادیر مرکب کو جمع کرنا ہو تو مقادیر متماثلہ کا حاصل جمع علیحدہ علیحدہ نکالو اور ان حاصل جمع کو مع اونکی علامات کے ایک سیدھ مین لکھو وہی کل حاصل جمع مطلوب ہوگا مثلاً ۲ح + ۳س کو ۳ح + ۴س مین جمع کرنا ہے تو ۲ح کو ۳ح مین جمع کرنے سے ۵ح حاصل جمع ہوا اور ۳س کو +۴س مین جمع کرنے سے +۷س حاصل جمع ہوا اسلیے ۵ح + ۷س کل حاصل جمع ہوا

اگر ۳ح — ۴س کو ۲ح + ۳س مین جمع کرنا ہے تو ۲ح اور ۳ح کا ۵ح حاصل جمع ہوا اور — ۴س اور + ۳س کا — س حاصل جمع ہوا اسلیے ۵ح — س کل حاصل جمع ہوا +

۲ح + ۳س سے یہہ مراد ہے کہ ۲ح مین ۳س کو جمع کرنا ہے اور اسیطرح ۳ح + ۴س سے بھی یہہ مراد ہے کہ ۳ح مین ۴س کو جمع کرنا ہے اسلیے اگر کوئی کہے کہ ۲ح + ۳س اور ۳ح + ۴س ان دو مقادیر کو جمع کرلو تو اسکے یہہ معنی سمجھو کہ ۲ح و ۳س و ۳ح اور ۴س کو جمع کرنا ہے +

علم حساب مین جب چھوٹے اور بڑے درجے کے اعداد کو جمع کرنا

ہوتا ہے تو بڑے درجے کے اعداد کو علیحدہ جمع کرتے ہین اور چھوٹے درجے کے اعداد کو علیحدہ مثلاً پائیون مین پائیان اور آنون مین آنے اور روپیون مین روپیے جمع کرتے ہین +

مثالین

(۱) ۵ح — ۳س اور ۴ح — ۷س کا حاصل جمع بتلاؤ

۵ح — ۳س

۴ح — ۷س

حاصل جمع = ۹ح — ۱۰س

۵ح مین ۴ح جمع کرنے سے ۹ح حاصل جمع ہوا اور ۳س کو گھٹانا ہی اور ۷س کو بھی گھٹانا ہی اسلیے بلکہ ۱۰س کو گھٹانا ہوا اور اسکو — ۱۰س لکھتے ہین +

(۲) ۵ح — ۳س اور ۴ح + ۷س کا حاصل جمع بتلاؤ +

۵ح — ۳س

۴ح + ۷س

حاصل جمع = ۹ح + ۴س

۵ح مین ۴ح جمع کرنے سے ۹ح حاصل جمع ہوا اور ۷س مثبت مین سے ۳س منفی کم کرنے سے + ۴س باقی رہا +

(۳) ۵ ح — ۳ س، ۴ ح + ۷ س اور — ۸ ح — ۵ س کو جمع کرو

۵ ح — ۳ س

۴ ح + ۷ س

— ۸ ح — ۵ س

حاصل جمع = ح — س

اس مثال مین ۹ ح مثبت ہین اور ۸ ح منفی اسلیے ایک ح یا ح مثبت باقی رہا اور ۷ س مثبت اور ۸ س منفی ہین اسواسطے ایک — س یا س منفی رہا ۔

(۴) ۳ ح^2 + ۴ س ط — ف^2 + ۱۰، — ۵ ح^2 + ۶ س ط + ۲ ف^2 — ۱۵ اور — ۴ ح^2 — ۹ س ط — ۱۰ ف^2 + ۲۱ کا حاصل جمع بتلاؤ

مقادیر متماثلہ کو مع اونکی علامات کے ایک دوسرے کے تلے لکھو

۳ ح^2 + ۴ س ط — ف^2 + ۱۰

— ۵ ح^2 + ۶ س ط — ۲ ف^2 — ۱۵

— ۴ ح^2 — ۹ س ط — ۱۰ ف^2 + ۲۱

حاصل جمع = — ۶ ح^2 + س ط — ۹ ف^2 + ۱۶

مقادیر متماثلہ کی پہلی صف مین ۳ ح^2 مثبت ہین اور ۹ ح^2 منفی اسلیے ۶ ح^2 منفی یا — ۶ ح^2 باقی رہا اور دوسری صف مین

۱۰ س ط مثبت ہین اور ۹ س ط منفی ہین اسواسطے ایک س ط
یا مثبت س ط یا + س ط باقی رہا اور تیسری صف مین ۲ ف ۲
مثبت ہین اور ۱۱ ف ۲ منفی انمین سے ۹ ف ۲ منفی یا — ۹ ف ۲
باقی رہا اور چوتھی صف مین ۳۱ مثبت ہین اور ۱۵ منفی ان مین
سے ۱۶ مثبت یا + ۱۶ باقی رہا +

قاعدہ جمع کرنے مقادیر غیر متماثلہ کا

دفعہ ۱۵ مقادیر غیر متماثلہ کے جمع کرنے سے یہہ مراد ہے کہ
اونکو مع اپنی اپنی علامت کے ایک سیدھ مین لکھو مثلاً ح + س ط
— ف + ق کا یہہ ح + س + ط — ف + ق حاصل جمع ہوا
اس سے یہہ مراد ہے کہ تمام مقادیر مذکور جمع کیجاوینگی اور یہہ یاد رکھو
کہ ح + س کے یہہ معنی ہین کہ ح مین س کو جمع کرنا ہے اور یہہ خیال
کرو کہ مقدار ح مین مقدار س جوڑی ہوئی ہے کیونکہ جب تک
مقدار ح اور س کی قیمت یا تعداد نا معلوم ہے تب تک ح اور س
جمع نہین ہو سکتے مثلاً کوئی پوچھے کہ ۱۰ من ۳ سیر اور ۵ چھٹانک کا
حاصل جمع کیا ہے تو اونکو ایک سطر مین اسطرح پر لکھا ۱۰ من تین سیر
اور ۵ چھٹانک یہہ حاصل جمع ہوا اگر کوئی پوچھے کہ ایک کمرے مین
۱۷ لڑکے ہین اور دوسرے مین ۵ لڑکے تو دونون کمرون مین

سب کتنے لڑکے ہونگے ۱۵ لڑکے جواب ہوگا کیونکہ دونون کمرون مین لڑکے ہی ہین اور وے ہمجنس ہین اسلیے ایک کمرے کے لڑکون کی تعداد ۵ ہے اور دوسرے کمرے کے لڑکون کی تعداد ۱۰ ہے مقادیر متماثلہ ہوئین اور اونکو جوڑنے سے سب ۱۵ لڑکے ہوے اگر کوئی شخص پوچھے کہ ایک احاطہ مین ۵ گھوڑے ہین اور دوسرے احاطے مین ۳ بیل تو اونکا حاصل جمع کیا ہوگا تو اونکو علیحدہ علیحدہ کرکے تبلا دینگے کہ ۳ بیل اور ۵ گھوڑے ہین اونکا حاصل جمع ہوگا کیونکہ گھوڑا اور بیل غیر جنس ہین اسلیے گھوڑونکی تعداد ۵ اور بیلون کی تعداد ۳ ہے مقادیر غیر متماثلہ ہوئین اسلیے دونون کو ملا کر یہ نہ کہینگے ۸ گھوڑے تو جب کہتے جو ۳ بیلون کی عوض ۳ گھوڑے ہوتے اور اسیطرح ۸ بیل بھی نہین کہہ سکتے کیونکہ ۸ بیل جب کہہ سکتے جو ۵ گھوڑون کی عوض ۵ بیل ہوتے +

دفعہ ۱۶ جن مقدارون کو جمع کرنا ہے اگر اونمین مقادیر متماثلہ اور غیر متماثلہ دونون شامل ہون تو ۱۴ دفعہ کے بموجب مقادیر متماثلہ کا حاصل جمع دریافت کرو اور اوسکے بائین طرف مقادیر غیر متماثلہ کو مع اپنی اپنی علامت کے ایک سیدھ مین لکھدو یہی کل مقدار مرکب حاصل جمع مطلوب ہوگا +

دفعہ ۱۷ اسکا مضائقہ نہین کہ حاصل جمع مطلوب مین حروف

کسی ترتیب پر لکھے جاوین مگر اس بات پر لحاظ رہے کہ اونکی علامت
مین کچھ فرق نہ پڑے اور اکثر حاصل جمع مذکور مین حروف تہجی کی ترتیب
پر حروف لکھے جاتے ہین *

مثالین

(۱) ح + ۲ س — ط و ح — ۵ ف + ۲ ط اور د + ر + ۳ ف
انکا حاصل جمع بتلاؤ *

ح اور ح مقادیر متماثلہ ہین	ح + ۲ س — ط
— ۵ ف اور + ۳ ف ایضاً	ح — ۵ ف + ۲ ط
— ط اور + ۲ ط ایضاً	د + ر + ۳ ف
اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہین	۲ ح + د + ر + ۲ س + ط — ۲ ف

(۲) ۳ ح^2 — س ط و ۲ س^2 — ح ط و ۴ ط^2 — ح س اور ح^2 + س^2 — ط^2
انکا حاصل جمع بتلاؤ

۳ ح^2 اور ح^2 مقادیر متماثلہ ہین	۳ ح^2 — س ط
۲ س^2 اور + س^2 ایضاً	۲ س^2 — ح ط
۴ ط^2 اور — ط^2 ایضاً	۴ ط^2 — ح س
	ح^2 + س^2 — ط^2
اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہین	۴ ح^2 + ۳ س^2 + ۳ ط^2 — ح س — ح ط — س ط

(۳) د ر — ا و ۲ + ۲ اور ر۲ + ۳ کا حاصل جمع کیا ہوگا

— ا + ۲ اور + ۳ مقادیر متماثلہ ہین	د ر — ا و۲ + ۲ ر۲ + ۳

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہین حاصلجمع = و۲ + د ر + ر۲ + ۴

دفعہ ۱۸ قاعدہ جمع کرنے مقادیر متماثلہ اور غیر متماثلہ کا دفعہ

مین جو مندرج ہو چکا ہے وہ قاعدہ جمع کرنے اعداد ا، ۲، ۳، ۴ وغیرہ

سے ملتا ہے ✦

مثلاً جب ہمکو ۳ سو اور ۴ سو جمع کرنے ہون تو ۳ سو اور ۴ سو

مقادیر متماثلہ کے سر ۳ اور ۴ کا حاصل جمع ۷ ہوا یہی حاصل جمع مقادیر

متماثلہ کے سر ۳ اور ۴ کا حاصل جمع مطلوب کا سر ہوا اور ۷ سو حاصلجمع ہوا

اگر ہمکو ۳ سیکڑے اور ۵ دہائیان اور ۶ اکائیان مقادیر غیر متماثلہ کو جمع

کرنا ہو تو اونکو صرف ایک سیدہ مین لکھدیتے ہین مثلاً ۳ سو + ۵ دہائی

+ ۶ اکائی یا باختصار ۳۵۶ اسطرح لکھتے ہین ✦

۳ سوالات

(۱) ح + س اور ح + س کا حاصل جمع کیا ہوگا

(۲) ح + س اور ح — س ایضاً

(٣) ح — س اور ح — س ایضاً

(٤) ح — س + ط اور ح + س — ط ایضاً

(٥) ح — س + ط اور ح + س + ط ایضاً

(٦) ا — ٢ م + ٣ ن اور ٣ م — ٢ ن ایضاً

(٧) ٥ م + ٣ اور ٢ م — ٤ ایضاً

(٨) ٣ ر — ٢ د اور ر + ٦ د ایضاً

(٩) ٤ ع — ٢ ل + ١ اور ٧ — ٣ ع ایضاً

(١٠) ٥ ح س — ٣ س ط اور ح س + س ط ایضاً

(١١) ٨ م ن + م اور ا — ن — ٢ م ن ایضاً

(١٢) ٢ ح د + ٣ س ر اور ح د — س ر ایضاً

(١٣) ٣ ح — ٢ س + ٤ ط اور ٢ ح — ٣ س + ط ایضاً

(١٤) ر + د — ٧ اور ٣ ر — ٢ د + ٣ ایضاً

(١٥) ع + ل — ع ل اور ٢ ع ل — ٣ ع + ٢ ل ایضاً

(١٦) $ع^{٢}$ + ٢ ع ل + $ل^{٢}$ اور $ع^{٢}$ — ٢ ع ل + $ل^{٢}$ ایضاً

(١٧) ٧ ح س — ٥ ح ط + ١ اور ح س + ٦ ح ط — ٢ ایضاً

(١٨) ٧ د — ٦ ر — د — ٣ ر — د + ر — ٢ د + ٣ ر اور د + ٨ ر ایضاً

(١٩) ٣ ح — ٨ ح، ٧ ح — ١، ح — ١ اور ٩ + ح ایضاً

(۲۰) ح — ۳ س + ۳ ط — ف اور ح + ۳ س + ۳ ط + ف ایضاً

(۲۱) ۹ د — ۶ ر — ۷ اور ۳ ص — ۹ د + ۶ ر + ۷ ایضاً

(۲۲) ح۲ + ۲ ح س + س۲ اور ۲ ح۲ — ۲ ح س — ۳ س۲ ایضاً

(۲۳) ۳ و۲ — ۶ و + ۵ و ۲ و — ۳ — و۲ اور ۴ — ۷ — ۱ و۲ ایضاً

(۲۴) ح ط + س ف و س ف — ۲ ط ف اور ح ط + ط ف ایضاً

(۲۵) ح د — س د + ر اور ح د — د — س ر — ر ایضاً

(۲۶) و۳ — ۲ ح و۲ + ح۲ و و۲ + ۲ ح و۲ اور ح۳ — ح و۲ — ح۲ و ایضاً

(۲۷) ح۲ — ۲ ح س — $\frac{۲}{۳}$ س۲ ۲ س — $\frac{۱}{۳}$ س۲ + ط۲ ح س — $\frac{۱}{۴}$ س۲ + س۲ اور ۲ ح س — $\frac{۱}{۳}$ س۲ انکا حاصل جمع بتلاؤ

(۲۸) $\frac{۱}{۴}$ و۲ + ۱ د ر $\frac{۳}{۴}$ و۲ — د ر + ر۲ اور م و + ن ر ایضاً

(۲۹) ۴ و ر — ۴ ح د ر — ۲ ح۲ د + ۲ و۲ اور و ر + ح د ر + ح۲ د — و۳ ایضاً

(۳۰) ح ف + ۲ س ف — ۲ ط ف $\frac{۱}{۲}$ ح ف — $\frac{۱}{۲}$ س ف اور $\frac{۱}{۲}$ ح س + ۲ ط ف — ح ط انکا حاصل جمع بتلاؤ

تفریق

دفعہ ۱۰ ایک مقدار میں سے دوسری مقدار کی تفریق کرنیکا قاعدہ اول اگر دونوں مقادیر متماثلہ ہوں اور اونکی علامات یکساں ہوں یعنی دونوں مقادیر مثبتہ ہوں یا منفیہ تو جس مقدار میں سے دوسری مقدار کو گھٹاؤ اوسکی سر میں سے دوسری مقدار کے سر کو گھٹاؤ

اور باقی حاصل تفریق کو نیا سر مانو اور اوسکے بائین طرف مقدار متماثلہ کو
حروف لکھو اور سر کے داہنی طرف علامت مقادیر متماثلہ رکھو وہی
حاصل تفریق مطلوب ہوگا مثلاً ۵ح مین سے ۲ح کو تفریق کرو
تو چونکہ ۵ح = ۳ح + ۲ح اسلیے ۵ح مین سے ۲ح یا +۲ح
نکالنے سے ۳ح باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا

– ۵ح مین سے – ۲ح گھٹاؤ +

تو چونکہ – ۵ح = – ۳ح – ۲ح اسلیے – ۵ح مین سے – ۲ح
نکالنے سے – ۳ح باقی رہا یہی حاصل تفریق مطلوب ہوا

دوم اگر دونون مقادیر متماثلہ ہون مگر اونکی علامات مختلف ہون
یعنی ایک مقدار مثبت ہو اور دوسری منفی تو اونکی تفریق کرنے کا یہ قاعدہ
ہے کہ دونون مقادیر کے سرون کو جمع کرو اور حاصل جمع کو نیا سر جانو
اور اوسکی داہنی طرف مفروق منہ کی علامات رکھو یعنی جس مقدار مین سے
دوسری مقدار گھٹاؤ اوسکی علامت لکھو اور نئے سر مذکور کے بائین طرف
مقدار متماثل کے حروف لکھو وہی حاصل تفریق مطلوب ہوگا مثلاً – ۵ح
مین سے +۲ح کو گھٹاؤ اوسکو – ۵ح – ۲ح اسطرح لکھینگے اور اسکے
یہہ معنی ہین کہ مقدار ح کو ۵ دفعہ اور ۲ دفعہ یا ۷ دفعہ گھٹانا ہے
اسواسطے – ۷ح لکھتے ہین ۵ح مین سے – ۲ح کم کرو +

تو چونکہ ۵ح = ۷ح ـــ ۲ح اسلیے ۵ح مین ـــ ۲ح نکالنے سے
۷ح باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا ÷

سوم اگر مقادیر غیر متماثلہ ہون تو انکی تفریق کرنے کا یہہ قاعدہ ہے
کہ اون مقادیر کو مع علامات ایک سیدھ مین لکھو مثلاً ح مین سے س کو
کم کرنا ہے تو اسکو ح ـــ س لکھتے ہین اور جو ح مین سے ـ س نکالین ÷
تو چونکہ ح = ح + س ـــ س اسلیے ح مین سے ـــ س کو نکالنے
سے ح + س باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا ÷

امثال مندرجہ بالا کو ایک جگہہ پر لکھتے ہین

۵ح مین سے ۲ح یا + ۲ح گھٹانے سے + ۳ح حاصل تفریق ہوا
ـــ ۵ح مین سے ـــ ۲ح گھٹانے سے ـــ ۳ح حاصل تفریق ہوا
ـــ ۵ح مین سے ۲ح یا + ۲ح گھٹانے سے ـــ ۷ح ایضاً
+ ۵ح مین سے ـــ ۲ح گھٹانے سے + ۷ح ایضاً
ح یا + ح مین سے س یا + س کم کرنے سے ح ـــ س ایضاً
ح یا + ح مین سے ـــ س کم کرنے سے ح + س ایضاً

ایسے ہی اور امثالون سے یہہ ظاہر ہوتا ہے کہ تفریق کرنے کے
لیے جو قاعدہ تفریق کا ذیل مین مندرج ہے وہ تفریق کے
سوالات حل کرنے کے لیے کافی ہوگا ÷

قاعدہ

جس مقدار کو تفریق کرنا ہو اوسکی علامت بدل دو یعنی اسکی + علامت اثبات ہو تو اوسکے بجای علامت نفی رکھو اور اگر − علامت نفی ہو تو اوسکے بجای علامت اثبات پھر بموجب قاعدہ جمع کے حاصل جمع دریافت کرو وہی حاصل تفریق مطلوب ہوگا

امثال

(١) ٣ح مین سے
ح کو تفریق کرو
حاصل تفریق = ٢ح

(٢) ٧ح مین سے
٦ح کو تفریق کرو
ح

(٣) ح مین سے
ح کو کم کرو
٠

(٤) ٣ح مین سے −ح کو گھٹاؤ
حاصل تفریق = ٤ح

(٥) ٧ح مین سے
−٦ح کم کرو
١٣ح

(٦) ح مین سے
−ح کو تفریق کرو
حاصل تفریق = ٢ح

(٧) −٣ح مین سے
ح کو کم کرو
حاصل تفریق = −٤ح

(٨) −٧ح مین سے ٦ح کو تفریق کرو
−١٣ح

(۹) ـــ ح مین سے
ح کو کم کرو

ـــ ۲ح

(۱۰) ـــ ۳ ح مین سے
ـــ ح کو گھٹاؤ

ـــ ۲ح

(۱۱) ـــ ۷ح مین سے
ـــ ۸ح کو گھٹاؤ

حاصل تفریق = ـــ ح

(۱۲) ـــ ح مین سے
ـــ ح کو گھٹاؤ

۰

(۱۳) ح + س مین سے
ح ـــ س کو کم کرو

۲ س

(۱۴) ح ـــ س مین سے ح + س کو گھٹاؤ

ـــ ۲ س

(۱۵) ر + ح د مین سے
ر ـــ ح د کو گھٹاؤ

۲ ح د

(۱۶) ۳ ح ـــ ۴ س + ۲ ط مین سے
ح ـــ ۲ س + ۹ ط کو گھٹاؤ

حاصل تفریق = ۲ ح ـــ ۲ س ـــ ۳ ط

(۱۷) ۷ ح ـــ ۲ س + ۴ ط ـــ ۲ مین سے
۶ ح ـــ ۶ س + ۴ ط ـــ ۱

حاصل تفریق = ح + ۴ س ـــ ۱

(۱۸) ۲ ح ـــ ۶ ح س ـــ ح ط + ۵ مین سے
۵ ح ـــ ۸ ح س ـــ ۷ ح ط ـــ ۱ کو کم کرو

ـــ ۳ ح + ۲ ح س + ح ط + ۶

(۱۹) ۳ در ـــ و^2 ـــ ر^2 + ح مین سے
۲ در + و^2 + ۲ ر^2 ـــ ل کو کم کرو

حاصل تفریق = در ـــ ۲ و^2 ـــ ۳ ر^2 + ح + ل

(۲۰) ح^2 + ۲ ح س ـــ ۳ ط^2 مین سے
۲ ح^2 ـــ ح س ـــ ط^2 کو کم کرو

ـــ ح^2 + ۳ ح س + ۴ ط^2

(۲۱) ۵ د² — در + ر² مین سے
— د² + ۴ در + ۳ ر² کو کم کرو
۶ د² — ۵ در — ۲ ر²

(۲۴) ح + ½ س + ۱ مین سے
½ ح + س + ½ کو کم کرو
½ ح — ½ س + ½

(۲۲) ۸ ح² + د² — ۵ س² — ۵ ط² مین سے
د² + ۲ س² — ۵ ط² کو کم کرو
۸ ح² — ۷ س²

(۲۵) ⅔ د² — ⅘ در + ⅔ ر² مین سے
— ⅓ د² — ¼ در — ½ ر² کو کم کرو
حاصل تفریق = د² — در + ۲ ر²

(۲۳) د³ — ۳ د² + ۶ د — ۱۰ مین سے
د³ — ۴ د² + ۸ د — ۹ کو کم کرو
حاصل تفریق = د² — ۲ د — ۱

دفعہ ۱۹ چونکہ ح + س مین ح — س کو جمع کرنے سے ۲ ح حاصل جمع ہوا اور ح + س مین سے ح — س کو کم کرنے سے ۲ س حاصل تفریق ہوا اس سے یہہ بات ظاہر ہوتی ہے کہ کسی دو مقادیر کے حاصل تفریق مین اُنکا حاصل جمع جوڑا جائے تو حاصل جمع برابر ہوگا دو چند بڑی مقدار کے اور اگر حاصل تفریق کو حاصل جمع سے کم کرین تو حاصل تفریق برابر ہوگا دو چند چھوٹی مقدار کے بموجب اس قاعدے کے سوالات مندرجہ ذیل کے جواب نکل آتے ہین *

اور لیلاوتی کے حساب سنکرمن مین یہہ قاعدہ لکھا ہے اور لیلاوتی

پڑہنے والے اس قاعدے کی اصل کو بخوبی نہین سمجھتے اور جبرو مقابلے کے پڑھنے والے اوسے بخوبی سمجھہ سکتے ہین قاعدے کی اصل کا بیان اوپر ہو چکا ہے اور اوسکے سوالات ذیل مین مندرج ہین +

سوالات

(۱) دو عددون کا ۱۰۰ حاصل جمع ہے اور ۵۰ حاصل تفریق تبلاؤ کہ وے کون سے دو عدد ہین +

بڑی مقدار کا دوچند = ۱۰۰ + ۵۰ = ۱۵۰

اسلیے فقط بڑی مقدار = $\frac{۱۵۰}{۲}$ = ۷۵ اور دونون مقادیر کا ۵۰ حاصل تفریق ہے اسلیے بڑی مقدار ۷۵ مین سے دونون مقادیر کے حاصل تفریق کو منہا کیا تو ۷۵ − ۵۰ = ۲۵ یہہ چھوٹی مقدار ہوئی اس باعث سے ۷۵ اور ۲۵ دونون اعداد مطلوب ہوے +

(۲) ایک مرد اور عورت دونون کی عمر ملکر ۷۷ برس کی ہے اور مرد کی عمر عورت کی عمر سے ۷ برس زیادہ ہو تو تبلاؤ کہ ہر ایک کی عمر کتنی ہے +

مرد کی عمر دوچند = ۷۷ + ۷ = ۸۴

اسلیے مرد کی عمر = $\frac{۸۴}{۲}$ = ۴۲ سال اسلیے مرد کے ۴۲ سال مین سے ۷ سال کم کیے تو ۴۲ − ۷ = ۳۵ سال یہی عورت کی عمر ہوئی

(۳) $\frac{۱}{۲}$ کے ایسے ۲ حصے کرو کہ پہلا حصہ دوسرے حصے سے $\frac{۱}{۱۲}$ کے برابر بڑا ہو +

دونون حصون کا حاصل جمع = $\frac{١}{٢}$

دونون حصون کا حاصل تفریق = $\frac{١}{۴}$

بڑا حصہ دوچند = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{۴}$ = $\frac{٣}{۴}$

اسلیے بڑا حصہ = $\frac{٣}{۴}$ کا $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٨}$

اسطرح چھوٹا حصہ دوچند = $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{۴}$ = $\frac{١}{۴}$

اسلیے چھوٹا حصہ = $\frac{١}{۴}$ کا $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٨}$

اسلیے دونون حصے $\frac{٣}{٨}$ اور $\frac{١}{٨}$ دو حصے مطلوب ہوے

۴ سوالات تفریق

(١) ح مین سے س − د کو کم کرو

(٢) ح + س − ط − ف مین سے ح − س + ط − ف کو گھٹاؤ

(٣) ٢ح − س − ط مین سے ح − س + ٢ط کو کم کرو

(۴) ٢ح + د − ٥س − ٥ط مین سے د + ٢س − ٥ط کو ایضاً

(٥) ٣و + ٢ر − ٥ص مین سے ٢و + ٣ر + ۴ص کو ایضاً

(٦) ٢ح و + س ر − ط مین سے ح و − س ر + ط کو ایضاً

(٧) ٣س ط − ح س + ح مین سے ٢س ط + ح س − ح کو ایضاً

(٨) و ر + و^{٢} + ر^{٢} مین سے و ر − و^{٢} + ر^{٢} کو ایضاً

(٩) ٢و ر + ٣و^{٢} + ۴ر^{٢} مین سے و ر − ٢و^{٢} − ر^{٢} کو ایضاً

(۱۰) ۲م ن + ۵م — ۳ ن مین سے م ن + م + ن کو ایضاً

(۱۱) —۲ در + م د — ع ر مین سے —۳ در —۲ م د — ع ر کو ایضاً

(۱۲) ۵ح س ط — ۲ح س — ۳ح ط مین سے ۲ح س ط + ح س — ح ط + ۱ کو ایضاً

(۱۳) ح۲ — س۲ + ط۲ مین سے ح۲ — ۲س۲ — ۲ط۲ کو ایضاً

(۱۴) ۴ح د — ۳ح۲ + ۲د۲ مین سے ۲ح د — ح۲ + ۴د۲ کو ایضاً

(۱۵) ۳ح۲ س + ۲ح۲ ط — ۵ط۲ مین سے ح۲ س — ح۲ ط — ۷ط۲ کو ایضاً

(۱۶) ۲ در + ۳ح — ح۲ س + ۵ مین سے ۲ح — ح۲ س + ۶ کو ایضاً

(۱۷) ۲/۳ ح د — ۱/۳ در + ۲/۳ مین سے ۱/۳ ح د + ۲/۳ در — ۱/۳ کو ایضاً

(۱۸) ح + س — ط مین سے ۱/۲ ح — ۱/۲ س — ۱/۲ ط کو ایضاً

ضرب کے بیان مین

دفعہ ۲۰ ایک مقدار مفرد کو دوسری مقدار مفرد مین ضرب دینے کا قاعدہ اول اگر دونون مقادیر مفرد مثبتہ ہون مثلاً ۲ح اور ۳س تو اونکا حاصل ضرب بموجب ۴ دفعہ کے = ۲ح × ۳س = ۲ × ح × ۳ × س اور ح × ۳ = ۳ × ح اسیلیے حاصل ضرب مذکور = ۲ × ۳ × ح × س = ۶ح س کیونکہ ۲ × ۳ = ۶

دوم اگر ایک مقدار منفیہ ہو مثلاً ۲ح کو —۳س مین ضرب دو یا —۲ح کو ۳س مین ضرب دو ان دونون سوالون سے یہی مراد ہے

کہ ۳ س کو ۲ ح دفعہ گھٹانا ہے اسلیے اگر ۳ س کو ۲ ح دفعہ جمع کرین یعنی ۳ س کو ۲ ح مین ضرب دین تو اس حاصل ضرب ۶ ح س اور حاصل ضرب مطلوب مین صرف علامت کا فرق ہوگا اس سبب سے حاصل ضرب — ۶ ح س ہوا ✤

اگر دونون مقادیر منفیہ ہون مثلاً — ۲ ح اور — ۳ س کو ضرب دو اس سے یہہ مرد ہے کہ — ۳ س کو ۲ ح دفعہ کم کرنا ہے یعنی — ۶ ح س گھٹانا ہے مگر بموجب ۱۸ دفعہ کے جو — ۶ ح س کو گھٹا دینگے اوسکی علامت کو بدل دیوینگے یعنی — ۶ ح س کی بجاے + ۶ ح س لکھینگے اور اسکے معنی یہہ ہین کہ ۶ ح س کو جمع کرنا ہے

امثال مذکورۂ الصدر کو ایک جگہہ پر لکھتے ہین

+ ۳ س کو + ۲ ح مین ضرب کرنے سے + ۶ ح س حاصلضرب ہوا
— ۳ س کو + ۲ ح مین ایضاً — ۶ ح س حاصلضرب ہوا
+ ۳ س کو — ۲ ح مین ایضاً — ۶ ح س حاصلضرب ہوا
— ۳ س کو — ۲ ح مین ایضاً + ۶ ح س حاصلضرب ہوا

اسیطرح اور مثالون سے بھی یہی قاعدہ دو مقادیر مفردہ کے ضرب کرنے کا نکلتا ہے ✤

قاعدہ

جن دو مقادیر مفردہ کو ضرب کرنا ہوا اونکے حروف کو پاس پاس لکھو
اور اونکے داہنی طرف اعداد یسر کے حاصل ضرب کو لکھو اور اوسے حاصلضرب
مطلوب کا سر جانو اگر دونون مقادیر یعنی مضروب و مضروب فیہ کی
علامات یکسان ہون تو حاصلضرب مطلوب کی علامت اثبات ہوگی اور اگر
مختلف ہون تو حاصلضرب مطلوب کی علامت نفی ہوگی ٭

امثال

٢د × ٥ر = ١٠ در و — ٣ × ٥ح = — ١٥ح و

٧م × — ن = — ٧من و ٢ح س × ٣ح ط = ٦ح ح س ط

= ٦ح^{2} س ط و — ٧ح د ر × ٤ح س ط = — ٢٨ح^{2} س ط د ر

٢ح × ٣س × ٤ط = ٦ح س × ٤ط = ٦ × ٤ح س ط = ٢٤ح س ط

دفعہ ١٢ مقدار مرکب کو مقدار مفرد مین ضرب کرنے کا قاعدہ

فرض کرو کہ ح + س + ط + وغیرہ کو م مین ضرب کرنا ہے تو ح کو م
سے ضرب کیا تو م ح حاصلضرب ہوا س کو م مین ضرب کرنے سے
م س حاصلضرب ہوا ط کو م مین ضرب کرنے سے م ط حاصلضرب
ہوا وغیرہ اور ان حاصلضربون کا حاصل جمع م ح + م س + م ط وغیرہ
حاصلضرب ہوا کیونکہ یہہ بات ظاہر ہے کہ جن مقادیر مفردہ سے مقدار
مرکب بنی ہے اونکو علیحدہ علیحدہ م مین ضرب دیکر حاصلضربون کو جمع کرلیا

تو اس حاصل جمع کے یہہ معنی ہوے کہ مقدار مرکب مقدار م مین ضرب دی گئی ہے اور وہی حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہے اس سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ بموجب بیسوین دفعہ کے مضروب کی ہر ایک مقدار مفردہ کو مضروب فیہ کی مقدار مفرد مین علیحدہ علیحدہ ضرب کر حاصل ضربون کو جمع کرو تو یہی حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہوگا ÷

مثالین

(۱) ح + س − ط کو ۲ مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ۲ح + ۲س − ۲ط

(۲) ح − س + ط کو −۲ مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = −۲ح + ۲س − ۲ط

(۳) ح − س + ط کو ف مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح ف − س ف + ط ف

(۴) ح − س + ط کو − ف مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = − ح ف + س ف − ط ف

(۵) ح د + ر س کو ط مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح د ط + ر س ط

(۶) ح د + ر س − ص ط کو ۲ ع مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ۲ ح د ع + ۲ ر س ع − ۲ ص ط ع

(۷) ۲ح + ۳س − ۴ط کو ۲ د مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ۴ح د + ۶ د س − ۸ د ط

(۸) ح د + ر س کو ح د مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = $ح^۲ د^۲$ + ح د ر س

(۹) ح د + ر س کو − ر س مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = − ح د ر س − $س^۲ ر^۲$

(۱۰) ۷ د − ۴ ر + ۶ کو ۳ د مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ۲۱ $د^۲$ − ۱۲ د ر + ۱۸ د

(۱۱) ۶ $د^۲$ − ۱۳ د + ۱ کو ۵ مین ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ۳۰ $د^۲$ − ۶۵ د + ۵

(۱۲) $د^2 - دع + ع^2$ کو $دع$ مین ضرب کرنے سے حاصلضرب ہوا $= د^3ع - د^2ع^2 + دع^3$

دو مقادیر مرکب کے ضرب دینے کا

قاعدہ

دفعہ ۲۲ فرض کرو کہ ح + س کو ط + ف مین ضرب دینا ہے
تو اس سے یہہ مراد ہے کہ ح + س کو ط + ف دفعہ جوڑنا ہے یعنی ح + س
کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور پھر اسی ح + س کو ف دفعہ جوڑنا ہے
۱۲ دفعہ مین جو قاعدہ لکھا ہے اوسکے بموجب ح + س کو ط مین ضرب
دینے سے ح ط + س ط حاصلضرب ہوا اور اسیطرح ح + س کو ف مین
ضرب کرنے سے ح ف + س ف حاصلضرب ہوا اسلیے ح + س کو
ط اور ف یا ط + ف مین ضرب کرنے سے ح ط + س ط + ح ف
+ س ف حاصل ضرب مطلوب ہوا +

اگر ح + س کو ط − ف مین ضرب دینا ہو تو اس سے یہہ مراد سمجھو کہ
ح + س کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور ح + س کو ف دفعہ اوسمین سے
گھٹانا ہے ح + س کو ط مین ضرب کرنے سے ح ط + س ط حاصلضرب
ہوا اور ح + س کو ف مین ضرب کرنے سے ح ف − س ف حاصلضرب ہوا اسی اگلی حاصلضرب
مین سے بموجب ۱۸ دفعہ کے کم کیا تو ح ط + س ط − ح ف − س ف حاصلضرب مطلوب ہوا +

اگر ح − س کو ط − ف مین ضرب کرنا ہو تو اسکے یہہ معنی ہین کہ

ح — س کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور اوسمین سے ح — س کو ف دفعہ گھٹانا ہے اسلیے ح ط — س ط مین سے ح ف — س ف گھٹایا تو ح ط — س ط — ح ف + س ف حاصلضرب مطلوب ہوا ✣

اوپر جو مثالین لکھی ہین اونکو ایک جگہہ پر لکھتے ہین

ح + س کو ط + ف مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح ط + س ط + ح ف + س ف

ح + س کو ط — ف مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح ط + س ط — ح ف — س ف

ح — س کو ط — ف مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح ط — س ط — ح ف + س ف

اسیطرح اون مثالون سے بھی یہہ قاعدہ ذیل نکلتا ہے

قاعدہ

مضروب کی ہر ایک مقدار مفرد کو مضروب فیہ کی ہر ایک مقدار مفرد مین علیحدہ علیحدہ ضرب کرو اور ان حاصل ضربون کو جمع کرو تو یہی حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہوگا ✣

امثال

(۱) د + ۱ کو

د + ۲ مین ضرب دو

$\overline{د^۲}$ + د مضروب کو د مین ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

۲ د + ۲ مضروب کو ۲ مین ضرب کرنے سے یہہ حاصل ضرب ہوا

د² + ۳ د + ۲ کل حاصلضرب ہوا

(۲) ۲۱ یا ۲۰ + ۱ کو

۱۹ یا ۲۰ − ۱ مین ضرب دو

۱۹ ۴۰۰ + ۲۰

۲۱ − ۲۰ − ۱

حاصل ضرب ۳۹۹ یا ۴۰۰ − ۱

(۳) ۲ + ح کو

۳ − س مین ضرب دو

۶ + ۳ ح یہہ حاصلضرب مضروب کو ۳ مین ضرب کرنے سے ہوا

− ۲ س − ح س یہہ حاصلضرب مضروب کو − س مین ضرب کرنے سے ہوا

۶ + ۳ ح − ۲ س − ح س کل حاصلضرب ہوا

(۴) ح + س کو

ح + س مین ضرب دو

ح² + ح س یہہ حاصلضرب مضروب کو ح مین ضرب کرنے سے ہوا

+ ح س + س² مضروب کو س مین ضرب کرنے سی یہہ حاصلضرب ہوا

ح² + ۲ ح س + س² کل حاصل ضرب ہوا

(۵) ح − س کو

ح — س مین ضرب دو

ح۲ — ح س مضروب کو ح مین ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

— ح س + س۲ مضروب کو — س مین ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

ح۲ — ۲ح س + س۲ کل حاصلضرب مطلوب ہوا

(۶) د — ۲ ر کو

۲ د + ۳ ر مین ضرب دو

۲ د۲ — ۴ د ر یہہ حاصلضرب مضروب کو ۲ د مین ضرب کرنے سے ہوا

+ ۳ د ر — ۶ ر۲ یہہ حاصلضرب مضروب کو + ۳ ر مین ضرب کرنے سے ہوا

۲ د۲ — د ر — ۶ ر۲ کل حاصل ضرب ہوا

مثال

(۷) د — ر

د + ر

د۲ — د ر

+ د ر — ر۲

د۲ — ر۲

یعنی دو مقدارون کے مجموعہ اور حاصل تفریق کو باہم ضرب کرین تو انکی مجذورونکا حاصل تفریق حاصل ہوتا ہی +

اب ایک ایسی مثال لکھتے ہین کہ جسکے مضروب اور مضروب فیہ کی مقدار

مرکب مین دو سے زیادہ مقادیر مفرد ہون ؛

۲ح + ۳س − ۴ط کو

ح + س − ط مین ضرب دو

$۲ح^{۲}$ + ۳ح س − ۴ح ط یہہ حاصل ضرب مضروب کو ح مین ضرب کرنے سے ہوا

+ ۲ح س + $۳س^{۲}$ − ۴س ط یہہ حاصل ضرب مضروب کو + س مین ضرب کرنے سے ہوا

− ۲ح ط − ۳س ط + $۴ط^{۲}$ یہہ حاصل ضرب مضروب کو − ط مین ضرب کرنے سے ہوا

$۲ح^{۲}$ + ۵ح س − ۶ح ط + $۳س^{۲}$ − ۷س ط + $۴ط^{۲}$ کل حاصل ضرب ہوا

ایک مقدار کی قوتون کے ضرب کرنے کا قاعدہ

دفعہ ۲۳ ایک مقدار کی جن قوتون کو مثلاً $ح^{۲}$ $ح^{۳}$ $ح^{۴}$ وغیرہ کو ضرب کرنا ہو تو اونکے قوت نماؤن کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو مقدار مذکور کا نیا قوت نما فرض کرو کہ وہی حاصل ضرب مطلوب ہوگا

مثلاً $ح^{۲}$ × $ح^{۳}$ = $ح^{۵}$ کیونکہ بموجب ۸ دفعہ کے $ح^{۲}$ = ح × ح

اور $ح^{۳}$ = ح × ح × ح اسلیے $ح^{۲}$ × $ح^{۳}$ = ح ح × ح ح ح

= ح ح ح ح ح = $ح^{۵}$ اسیطرح یہہ بھی جانو کہ $ح^{۶}$ × $ح^{۱۰}$ = $ح^{۱۶}$

اگر اور اعداد قوت نما ہون تو اونکو جمع کرلو اور حاصل جمع کو مقدار کا نیا قوت نما فرض کرو وہی حاصل ضرب مطلوب اسکے برابر ہوگا ؛

مثلاً $ح^م × ح^ن = ح^{م+ن}$ اس مثال مین بجای م اور ن کے کوئی عدد فرض کر لو

۸ دفعہ کی حد کے بموجب

$ح^م$ = ح × ح × ح وغیرہ ح سے ح کو ضرب کرتے جاؤ جب تک حاصل ضرب مین ح کی تعداد برابر ہو مقدار م کے وعلی ہذا القیاس

$ح^ن$ = ح × ح × ح وغیرہ ح سے ح کو ضرب کیے وجب تک کہ حاصل ضرب مین ح کی تعداد برابر ہو مقدار ن کے

$ح^م × ح^ن$ = ح × ح × ح وغیرہ کو یہان تک ضرب کرو کہ ح کی تعداد برابر ہو مقدار م کے × ح × ح × ح وغیرہ کو یہان تک ضرب کرو کہ ح کی تعداد برابر ہو مقدار ن کے

= ح × ح × ح وغیرہ کو یہان تک ضرب کرو کہ ح کی تعداد برابر ہو مقدار م + ن کے = $ح^{م+ن}$ بموجب حد مذکور کے ❊

حاصل

اگر بجاے ح کے ح + س یا ح + س + ط یا اور کوئی مقدار مرکب لکھین تو مقدار مرکب کی قوتون کا حاصل ضرب دریافت کرنے کا یہہ قاعدہ ہے کہ قوت نماؤن کو جمع کرو۔ اور حاصل جمع کو مقدار مذکور کا نیا قوت نما خیال کرو تو مقدار کی یہہ قوت برابر ہوگی

حاصل ضرب مطلوب کے مثلاً ح + س کی دوسری قوت کو ح + س
کی تیسری قوت مین ضرب دین تو حاصل ضرب برابر ہوگا
ح + س کی پانچوین قوت کے یعنی (ح + س)^{٢} × (ح + س)^{٣} = (ح + س)^{٥}

مثالین

(١) ٢ د^{٢} × ٣ د^{٣} = ٢ × ٣ × د^{٢} د^{٣} = ٦ د^{٥}

(٢) ٧ ح د × ٢ ح ر = ٧ × ٢ × ح ح د ر = ١٤ ح^{٢} د ر

(٣) ٥ ح^{٦} س ط × ح س ط = ٥ ح^{٦} ح س س ط ط = ٥ ح^{٧} س^{٢} ط^{٢}

(٤) ٣ د^{٢} ر^{٢} ص^{٢} × ٤ د^{٣} ر ص = ٣ × ٤ د^{٢} د^{٣} ر^{٢} ر ص^{٢} ص = ١٢ د^{٥} ر^{٣} ص^{٣}

(٥) م ن د^{٣} ر × — ع ر = — م ن ع د^{٣} ر ر = — م ن ع د^{٣} ر^{٢}

(٦) — ٤ ح س^{٢} ط د × — ٢ ح ط د^{٢} = ٨ ح ح س^{٢} ط ط د^{٢} د = ٨ ح^{٢} س^{٢} ط^{٢} د^{٣}

(٧) ٢ ح^{٢} × ٣ ح^{٣} = ٢ × ٣ × ح^{٢} ح^{٣} = ٦ ح$^{٢+٣}$

(٨) ح د^{م} × س د^{ن} = ح س د^{م} د^{ن} = ح س د$^{م+ن}$

(٩) ح د^{م} × س د^{ن} × ط د^{ع} = ح س ط د^{م} د^{ن} د^{ع} = ح س ط د$^{م+ن+ع}$

(١٠) ٢ ح د × — ٣ س ر × — ح^{٢} د^{٢} = ٢ × — ٣ × — ١ × ح^{٣} س د^{٣} ر

= ٦ ح^{٣} س د^{٣} ر

٥ سوالات

(۱) ح د، کو س مین ضرب دو

(۲) ۳ م ن کو — ع مین ضرب دو

(۳) م + ن — ع کو ۳ مین ضرب دو

(۴) ح د + س د^{2} کو ع مین ضرب دو

(۵) ح ف + ۲ س ف کو ۲ ح مین ضرب دو

(۶) ۲ ح^{2} — ۲ ح د ر کو ح د مین ضرب دو

(۷) ۳ د — ۲ د ر + ۴ کو — د ر مین ضرب دو

(۸) ا — ۲ ح د + ۳ س د^{2} کو — ۳ ن مین ضرب دو

(۹) ۲ ح س — ۳ ح ط + ۵ س ف کو ۲ د مین ضرب دو

(۱۰) ۲ د — ۳ کو ۲ د مین ضرب دو

(۱۱) ۲ ح د + س ر — ط ص کو ۲ د ر ص مین ضرب دو

(۱۲) ۲ ح^{2} — س د + ف کو س ر مین ضرب دو

(۱۳) ح + د کو س + ر مین ضرب دو

(۱۴) ۲ د + ۴ کو د — ا مین ضرب دو

(۱۵) د — ۴ کو د + ۳ مین ضرب دو

(۱۶) ۲ د — ۵ کو ۳ د — ۲ مین ضرب دو

(۱۷) ا — د کو د + ا مین ضرب دو

(۱۸) ا — د کو د — ۲ د^{2} مین ضرب دو

(۱۹) ح د + س ر کو ۲ د — ر مین ضرب دو

(۲۰) ح + ۲ د کو ح — ۳ د مین ضرب دو

(۲۱) ۷ د — ا کو ۵ د — ۴ مین ضرب دو

(۲۲) ۲ ح د — ۳ س ر کو ۴ ر — ۳ د مین ضرب دو

(۲۳) ا — ۲ م ن کو ۲ م + ن مین ضرب دو

(۲۴) ح^{2} — س ط کو ح ط — س^{2} مین ضرب دو

(۲۵) ا + ۲ د + ۳ ر کو د — ر مین ضرب دو

(۲۶) ح + د — ر کو س — ر مین ضرب دو

(۲۷) ح ط — س ط + ح ف کو ۲ ح — س مین ضرب دو

(۲۸) ح^{3} + ح^{2} + ح + ا کو ح — ا مین ضرب دو

(۲۹) د^{3} + ح د^{2} + ح^{2} د + ح^{3} کو د — ح مین ضرب دو

(۳۰) ۴ د^{2} — ۶ د + ۹ کو ۲ د + ۳ مین ضرب دو

(۳۱) ۴ + ۲ د + د^{2} کو ۴ — ۲ د + د^{2} مین ضرب دو

(۳۲) ح^{3} — ۲ د^{3} کو ح^{3} — د^{3} مین ضرب دو

(۳۳) د^{3} + ۳ د^{2} + ۹ د + ۲۷ کو د — ۳ مین ضرب دو

(۳۴) ۲ ح د^{2} + ۳ س^{2} ر کو ۲ ح^{2} د — ۳ س ر^{2} مین ضرب دو

(۴۵) ۲ح^{2} − ۳ح س + س^{2} کو ۲ح^{2} + ۳ح س − س^{2} مین ضرب دو

قسمت

الفاظ مقسوم و مقسوم علیہ اور خارج قسمت کے معنی

علم حساب اور جبر و مقابلہ مین یکسان ہین ❊

ایک مقدار کو دوسری مقدار پر تقسیم کرنے سے یہہ مراد ہے

کہ پہلے مقدار مین سے دوسری مقدار کتنی دفعہ گھٹ سکتی ہے اور اگر خارج

قسمت کو مقسوم علیہ مین ضرب دو تو حاصل ضرب برابر ہوگا مقسوم کے

ایک مقدار مفرد کو دوسری مقدار مفرد پر تقسیم کرنے کا

قاعدہ

دفعہ ۴۲ چونکہ خارج قسمت × مقسوم علیہ = مقسوم اسلیے مقسوم

کے ایسے دو حصے لیے جاوین کہ اونکا حاصل ضرب برابر ہو مقسوم کے

اور ایک حصہ برابر ہو مقسوم علیہ کے تو دوسرا حصہ برابر ہوگا خارج قسمت

کے مثلاً ۳ د س کو د پر تقسیم کرنا ہو تو ۳ د س مین د کا ۳ س ہے اسلیے ۳ س خارج

قسمت ہوگا

اور اگر ۶ د کو ۳ پر تقسیم کرنا ہو تو ۶ د مین ۳ کا ۲ د ہے اسلیے ۲ د

خارج قسمت ہوگا

ان مثالون سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ اگر ایک مقدار مفرد دوسری

مقدار معزدپر پوری دفعہ تقسیم ہو جاوے تو تقسیم کرنے کا یہہ قاعدہ ہے کہ مقسوم کے ایسے دو حصے کرلو کہ اونکا حاصل ضرب برابر ہو مقسوم کے اور ایک حصہ برابر ہو مقسوم علیہ کے تو دوسرا حصہ برابر ہوگا خارج قسمت کے

مثالین

(۱) ۶ ح س ط کو ۲ ح س پر تقسیم کرو

۶ ح س ط = ۲ ح س × ۳ ط اسلیے ۳ ط خارج قسمت ہوا

(۲) ۱۰ د ر کو ۲ ر پر تقسیم کرو

۱۰ د ر = ۲ ر × ۵ د اسلیے ۵ د خارج قسمت ہوا

(۳) − ۷ ح د ر کو ۷ ح د پر تقسیم کرو

− ۷ ح د ر = ۷ ح د × − ر اسلیے − ر خارج قسمت ہوا

(۴) ۶ م ن ع ر کو − م ع ر پر تقسیم کرو

۶ م ن ع ر = − م ع ر × − ۶ ن اسلیے − ۶ ن خارج قسمت ہوا

(۵) − ۱۴ ح^{2} س ط کو − ۲ ح س پر تقسیم کرو

− ۱۴ ح^{2} س ط = − ۲ ح س × ۷ ح ط اسلیے ۷ ح ط خارج قسمت ہوا

(۶) − ۸ ح^{2} س^{3} ط^{2} کو ۲ ح س ط پر تقسیم کرو

− ۸ ح^{2} س^{3} ط^{2} = ۲ ح س ط × − ۴ ح س^{2} ط اسلیے

− ۴ ح س^{2} ط خارج قسمت ہوا

(۷) ۵ ح^{5} س^{3} ط^{5} کو ح^{2} س ط^{2} پر تقسیم کرو

۵ ح^{5} س^{3} ط^{5} = ح^{2} س ط^{2} × ۵ ح^{3} س^{2} ط^{3} اسلیے ۵ ح^{3} س^{2} ط^{3} خارج قسمت ہوا

(۸) ۱۲ م ن^{3} ع کو $\frac{3}{4}$ م ن ع پر تقسیم کرو

۱۲ م ن^{3} ع = $\frac{3}{4}$ م ن ع × ۱۶ ن^{2} اسلیے ۱۶ ن^{2} خارج قسمت ہوا

مقدار مرکب کو مقدار مفرد پر تقسیم کرنیکا

قاعدہ

چونکہ ۱۲ دفعہ کے موجب ح + س + ط + وغیرہ کو م مین ضرب کیا تو م ح + م س + م ط + وغیرہ حاصل ضرب ہوا اسلیے م ح + م س + م ط + وغیرہ کو م پر تقسیم کیا تو ح + س + ط + وغیرہ خارج قسمت ہوا اس سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے

قاعدہ

بموجب ۲۴ دفعہ کے مقسوم مرکب کی ہر ایک مقدار مفرد کو ایک علیحدہ علیحدہ مقسوم علیہ کی مقدار مفرد پر تقسیم کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہون اونکو جمع کرو تو حاصل جمع برابر ہوگا خارج قسمت مطلوب کے

مثالین

(۱) ح س + ۲ ح ط − ۳ ح ف کو ح پر تقسیم کرو

ح س ÷ ح = س، + ۲ ح ط ÷ ح = + ۲ ط، − ۳ ح ف

÷ ح = — ۳ ف اسلیے کل مقدار مقسوم کو مقدار ح پر تقسیم کیا تو

تو س + ۲ ط — ۳ ف خارج قسمت مطلوب ہوا

(۲) م د + ن د^{2} — ع در کو د پر تقسیم کرو

م د ÷ د = م + ن د^{2} ÷ د = ن د — ع در ÷ د = — ع ر

اسلیے کل مقدار کو د پر تقسیم کیا تو م + ن د — ع ر کل خارج قسمت ہوا

(۳) ۶ ح^{2} د^{2} — ۶ ح^{2} س د + ۲ ح د^{3} کو ۲ ح د پر تقسیم کرو

۶ ح^{2} د^{2} ÷ ۲ ح د = ۳ ح د — ۶ ح^{2} س د ÷ ۲ ح د

= — ۳ ح س + ۲ ح د^{3} ÷ ۲ ح د = + د^{2} اسلیے ۳ ح د — ۳ ح س

+ د^{2} یہہ خارج قسمت مطلوب ہوا

جبکہ مقسوم علیہ مقدار مرکب ہو تو تقسیم کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۲۶ اول مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں کی مقادیر کو موافق قوت ایک حرف کے باترتیب لکھو یعنی حرف مذکور کی سب سے بڑی قوت جس مقدار میں ہو اوسے پہلے رکھو اور اس سے چھوٹی قوت جس مقدار میں ہو اوسے پہلی مقدار کی بائیں طرف لکھو اسیطرح جس مقدار میں حرف مذکور کی قوت دوسری مقدار کی حرف مذکور کی قوت سے چھوٹی ہو اوسے دوسری مقدار کی بائیں طرف لکھو علی ہذا القیاس مقسوم اور مقسوم علیہ کی جتنی مقادیر ہیں سب دہیان سے لکھو

اس ترتیب پر لکھو کہ حرف مذکور کی قوتین گھٹتی چلی جاوین

یا مقسوم اور مقسوم علیہ کی مقادیر مفردہ کو برعکس ترتیب بالا کے لکھو

یعنی جس مقدار مین حرف مذکور کی قوت سب سے چھوٹی ہو اوسے

اول لکھو اور جس مقدار مین اوس سے بڑی قوت ہو اوسے اول مقدار

کے بائین طرف لکھو وعلی ہذا القیاس مقسوم اور مقسوم علیہ کی جتنی مقادیر

مفردہ ہون اونکو اس ترتیب پر لکھو کہ حرف مذکور کی قوتین بڑہتی چلی جاوین

دوم ۲۴ دفعہ کے بموجب مقسوم کی اول مقدار مفردہ کو مقسوم علیہ کی

اول مقدار مفردہ پر تقسیم کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہو اوسے خارج قسمت

مطلوب کے پہلی جگہہ پر لکھو

سوم مقسوم علیہ کی ہر ایک مقدار مفردہ کو خارج قسمت کی اول مقدار

مفردہ مین ضرب دو اور کل حاصل ضرب کو مقسوم مین سے منہا کرو

چہارم جو باقی رہے اوسے نیا مقسوم فرض کرو اور بموجب طریق مذکور

کے عمل کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہو اوسے اول مقدار خارج قسمت

کے بائین طرف لکھو یہی عمل جاری رکھو جب تک کچھہ باقی نرہے پھر جو

خارج قسمت حاصل ہو وہی جواب ہوگا یا آخر مین جو باقی رہے وہ کم ہو

مقسوم علیہ سے تو اس باقی کے نیچے مقسوم علیہ کو لکھکر اس کسر کو کل

خارج قسمت کے داہنی طرف لکھو یہی خارج قسمت مطلوب ہوگا

قاعدۂ تقسیم مذکورۃ الصدر علم حساب کے قاعدۂ تقسیم سے ملتا ہے
مثلاً تین سو چوراسی کو بتیس پر تقسیم کرنا ہوتا ہے تو مقسوم اور مقسوم علیہ
کو عدد ۱۰ کی قوتون کے بموجب لکھتے ہین مثلاً بتیس مقسوم علیہ کو
اسطرح پر ۳۲ لکھتے ہین اور اس سے یہہ مراد ہے کہ $۳ \times ۱۰ + ۲$
اور اسیطرح ۳۸۴ کے یہہ معنی ہین کہ $۳ \times ۱۰^{۲} + ۸ \times ۱۰ + ۴$ پس
قسمت کرنے مین مقسوم علیہ کی پہلی رقم یعنی ۳×۱۰ یا ۳۰ مقسوم
کی پہلی رقم یعنی ۳×۱۰^{۲} یا ۳۰۰ مین ۱۰ دفعہ جا سکتی ہے اسلیے
۱۰ خارج قسمت کا ایک حصہ ہوا پھر ۱۰ گنا ۳۲ یعنی ۳۲۰ کو ۳۸۴ مین
سے تفریق کیا تو ۶۴ باقی رہا اوسکو نیا مقسوم فرض کرکے ۳۲ پر
تقسیم کیا تو ۲ خارج قسمت حاصل ہوا اور کچھ باقی نرہا اس خارج قسمت کو
۱۰ اول خارج قسمت مذکور مین جوڑ دیا یعنی ۱۲ کل خارج قسمت مطلوب
ہوا

مثالین

(۱) ح ط + س ط + ح ف + س ف کو ح + س پر تقسیم کرو
اس مثال مین بترتیب قوتون حرف ح کے مقسوم اور مقسوم علیہ
کی رقمون کو لکھا

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
ح + س)	ح ط + ح ف + س ط + س ف (	ط + ف
	ح ط + س ط	
	+ ح ف + س ف	
	+ ح ف + س ف	
	•	

اسلیے ط + ف خارج قسمت ہوا

مثال مندرجہ بالا مین مقسوم علیہ کی اول رقم ح مقسوم کی اول رقم ح ط مین ط دفعہ منہا ہوسکتی ہے اسلیے ط کو کل خارج قسمت کا ایک حصہ فرض کرا وسے مقسوم کی بائین طرف لکھا پھر ح + س مقسوم علیہ کو ط مین ضرب کر ح ط + س ط حاصل ضرب کو مقسوم مین سے گھٹا دیا تو + ح ف + س ف باقی رہا اس باقی کو نیا مقسوم فرض کرا سکو ح پر تقسیم کیا تو + ف خارج قسمت حاصل ہوا یہہ خارج قسمت مطلوب کا دوسرا جز ہوا اسے بائین طرف لکھا تو ط + ف کل خارج قسمت مطلوب ہوا اور تقسیم کرنے کے بعد کچھہ باقی نرہا

(۲) ح۲ + س۲ — ۲ ح س کو ح — س پر تقسیم کرو

مقسوم اور مقسوم علیہ کی رقمون کو بترتیب قوتون ح کے لکھا تو ح — س مقسوم علیہ اور ح۲ — ۲ ح س + س۲ مقسوم ہوا

مقسوم علیہ　　　　مقسوم　　　　خارج قسمت

ح ــ س) ح۲ ــ ۲ ح س + س۲ (ح ــ س

ح۲ ــ ح س

ــ ح س + س۲

ــ ح س + س۲

۰

اس مثال مین یہہ دیکہنا چاہیے کہ مقدار ح مقدار ح۲ مین ح دفعہ منہا ہوسکتی ہے اسیلیے ح کو خارج قسمت مطلوب کی اول رقم فرض کرو اوسے مقسوم کی بائین طرف لکہا پھر ح ــ س مقسوم علیہ کو ح مین ضرب دے کر ح۲ ــ ح س حاصلضرب کو مقسوم مین سے منہا کیا تو ــ ح س + س۲ باقی رہا اس باقی کو نیا مقسوم فرض کر اس باقی کی ــ ح س مقدار مفرد کو ح پر تقسیم کیا تو ــ س خارج قسمت حاصل ہوا اور یہہ خارج قسمت مطلوب کا دوسرا حصہ ہوا پھر ح ــ س مقسوم علیہ کو ــ س مین ضرب دیکر ــ ح س + س۲ حاصل ضرب کو باقی مذکور مین سے گھٹایا تو کچھہ باقی نہ رہا اسیلیے ح ــ س کل خارج قسمت مطلوب ہوا

(۳) ۶ح۲ + ۳س۲ + ۴ط۲ + ۵ح س ــ ۶ ح ط ــ ۷ س ط کو ح + س ــ ط پر تقسیم کرو مقسوم اور مقسوم علیہ کی مقادیر مفردہ کو بترتیب توتون حرف ح کے لکھا

مقسوم علیہ | مقسوم | خارج قسمت

ح + س − ط) ۲ح^{2} + ۵ح س − ۶ح ط + ۳س^{2} − ۷س ط + ۴ط^{2} (۲ح + ۳س − ۴ط

۲ح^{2} + ۲ح س − ۲ح ط

+۳ح س − ۴ح ط + ۳س^{2} − ۷س ط + ۴ط^{2}

+۳ح س + ۳س^{2} − ۳س ط

−۴ح ط − ۴س ط + ۴ط^{2}

−۴ح ط − ۴س ط + ۴ط^{2}

۰

اسلیے ۲ح + ۳س − ۴ط کل خارج قسمت مطلوب ہوا

(۴) ۶۴ − ح^{6} کو ۲ − ح پر تقسیم کرو

مقسوم علیہ | مقسوم | خارج قسمت

۲ − ح) ۶۴ − ح^{6} (۳۲ + ۱۶ح + ۸ح^{2} + ۴ح^{3} + ۲ح^{4} + ح^{5}

۶۴ − ۳۲ح

۳۲ح − ح^{6}

۳۲ح − ۱۶ح^{2}

۱۶ح^{2} − ح^{6}

۱۶ح^{2} − ۸ح^{3}

۸ح^{3} − ح^{6}

۸ح^{3} − ۴ح^{4}

۴ح^{4} − ح^{6}

۴ح^{4} − ۲ح^{5}

۲ح^{5} − ح^{6}

۲ح^{5} − ح^{6}

اسلیے ۳۲ + ۱۶ اح + ۸ ح^{2} + ۴ ح^{3} + ۲ ح^{4} + ح^{5} خارج قسمت حاصل ہوا

۶ سوالات

(۱) ۷ د کو ۷ پر تقسیم کرو

(۲) ۷ د کو د پر تقسیم کرو

(۳) ۷ح د کو ح پر تقسیم کرو

(۴) ۷ح د کو ۷ د پر تقسیم کرو

(۵) ۳ح س د کو ح س پر تقسیم کرو

(۶) ۳ح س ط کو ۳ س ط پر تقسیم کرو

(۷) −ح د کو د پر تقسیم کرو

(۸) ح د کو −د پر تقسیم کرو

(۹) ق ح^{2} م ن کو −۲ م ن ح پر تقسیم کرو

(۱۰) ۱۴ اح^{3} د کو ۷ح^{2} د پر تقسیم کرو

(۱۱) ۷ م ن^{2} ع د کو −$\frac{1}{2}$ م ن ع پر تقسیم کرو

(۱۲) −$\frac{2}{3}$ ح س د^{2} کو −$\frac{1}{3}$ ح د پر تقسیم کرو

(۱۳) ۳ح ط −۲ح س ف کو ح پر تقسیم کرو

(۱۴) ۱۴ح ط −۲ح س ف کو ۲ح پر تقسیم کرو

(۱۵) ۸ د^{2} −۶ د کو −۲ د پر تقسیم کرو

(۱۶) ۳ س ط + ۴ ح س ط^{2} −۶ س^{2} ط^{2} کو ۳ س ط پر تقسیم کرو

(۱۷) ۱۴ح^{2} د^{2} −۶ح س د −۲ح د کو −۲ح د پر تقسیم کرو

(۱۸) ح^{3} د^{2} −۵ح س د^{3} + ۱۲ح د^{2} کو ح د^{2} پر تقسیم کرو

(۱۹) د^{2} + ۳ د + ۲ کو د + ۲ پر تقسیم کرو

(۲۰) ح ط − س ط + ح ف − س ف کو ح − س پر تقسیم کرو

(۲۱) ۶ + ۳ح − ۲ س − ح س کو ۲ + ح پر تقسیم کرو

(۲۲) ۱۴ح^{2} − ۱۵ د^{2} − ۱۴ح د کو ۲ح + ۳ د پر تقسیم کرو

(۲۳) ۲ح^۲ + ح − ۶ کو ۲ح − ۳ پر تقسیم کرو

(۲۴) ۲ح س + ۶ح س ط − ۳ح س ط ف کو ۱ + ۳ط − ۴ط ف پر تقسیم کرو

(۲۵) ۳د^۲ + ۱۶د − ۳۵ کو د + ۷ پر تقسیم کرو

(۲۶) ۳د^۴ + ۱۴د^۳ + ۹د + ۲ کو د^۲ + ۵د + ۱ پر تقسیم کرو

(۲۷) ح س + ۲ح^۲ − ۳س^۲ − ۴س ط − ح ط − ط^۲ کو ۲ح + ۳س + ط

پر تقسیم کرو

(۲۸) ۵ح^۴ + ۱۰ح^۳ د + ۴ح^۲ د^۲ + ۶ح د^۳ − ۳د^۴ کو ۳ح^۲ − د^۲ + ۲ح د پر تقسیم کرو

(۲۹) ل ع^۳ + ۳ع^۲ ل^۲ − ۲ع ل^۳ − ۲ل^۴ کو ع − ل پر تقسیم کرو

(۳۰) ح^۲ د^۲ + ح^۵ − ۲ح س د^۲ + س د^۲ + ح^۳ س^۲ − ۲ح^۴ س کو

ح د − س د + ح^۲ − ح س پر تقسیم کرو

(۳۱) ۳۲ د^۵ + ۲۴۳ کو ۲د + ۳ پر تقسیم کرو

مقسوم علیہ اعظم کے بیان مین

دفعہ ۲۷ حد اگر ایک مقدار دوسری مقدار پر پوری تقسیم ہو جائے تو پہلی مقدار **ضعف** کہلاتی ہے اور دوسری مقدار **مقسوم علیہ کامل** اسلیے جو دو یا زیادہ مقادیر کسی ایک مقدار پر پوری پوری تقسیم ہو جاوین تو اس مقدار کو اون مقداروں کا **مقسوم علیہ مشترک** کہتے ہیں [illegible]

اس باعث سے سب سے بڑے مقسوم علیہ کامل کو مقسوم علیہ اعظم
بولتے ہین مثلاً ۱۵ کا ۵ مقسوم علیہ کامل ہے کیونکہ ۵ پر ۱۵ پورا تقسیم
ہو سکتا ہے اور ۵ پر ۲۵ بھی پورا تقسیم ہو سکتا ہے اسیلیے
۲۵ کا ۵ بھی مقسوم علیہ کامل ہے اسی سبب سے ۱۵ اور ۲۵ کا ۵ مقسوم علیہ
مشترک ہوا ایسے ہی ۸ اور ۱۲ کا ۲ مقسوم علیہ مشترک ہے اور ان
عددون کا ۴ بھی مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۲ سے ۴ بڑا ہے
اور ۸ اور ۱۲ کا ۲ اور ۴ کے سواے اور کوئی عدد مقسوم علیہ مشترک
نہین ہو سکتا اسیلیے ۸ اور ۱۲ کا ۴ مقسوم علیہ اعظم ہوا چونکہ مقدار
ح پر مقدار ۲ح پوری تقسیم ہو سکتی ہے اور مقدار ح پر مقدار ۳ ح
بھی پوری تقسیم ہو سکتی ہے اسیلیے ۲ح اور ۳ح کا ح مقسوم علیہ
مشترک ہوا اور ۲ح اور ۳ح کا ح کے سواے اور کوئی مقسوم علیہ کامل
نہین ہے اسیلیے اونکا ح مقسوم علیہ اعظم ہوا

مثالون مذکورہ بالا سے یہہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ ایک مقدار کا مقسوم علیہ
کامل اوس مقدار کا ایک جز ہوتا ہے مثلاً ۸ کا ۴ مقسوم علیہ کامل ہے
اور ۸ کا یہہ ایک جز ہے کیونکہ ۴ + ۴ یا ۲ × ۴ = ۸ اسیلیے جو ایک مقدار
کے ایسے اجزا نکال لیے جاوین کہ اونکا حاصل ضرب برابر ہو مقدار مذکور کے
اور اسیطرح دوسری مقدار کے بھی ایسے اجزا نکال لیے جاوین کہ اونکا

حاصل ضرب برابر ہو دوسری مقدار کے تو دفعۃً معلوم ہو جائیگا کہ دونون
مقادیر مذکور مین کون کون سے مقسوم علیہ مشترک ہین اور ان مقسوم علیہ
مشترک کا حاصل ضرب دونون مقادیر مذکور کا مقسوم علیہ اعظم ہوگا

دفعہ ۲۸ اسیطرح علم حساب مین جب ایک عدد کے ایسے اجزا نکالنے
ہوتے ہین تو ۲، ۳، ۵، ۷ وغیرہ اعداد مین سے جس عدد پر عدد
مذکور پورا تقسیم ہو سکتا ہے اوس عدد پر عدد مذکور کو تقسیم کر خارج قسمت
نکال لیتے ہین اور جو یہہ خارج قسمت کسی عدد پر پورا تقسیم ہو سکتا ہے
تو اوسے اوس عدد پر تقسیم کر خارج قسمت نکال لیتے ہین
اسیطرح جو خارج قسمت حاصل ہوتے ہین اون پر عمل مذکور وہان تک
جاری رکھتے ہین کہ آخر مین جو خارج قسمت نکلتا ہے وہ سوای ایک کے
کسی اور عدد پر پورا تقسیم نہو سکے مثلاً ۱۸۹ کے ایسے اجزا نکالنے
ہین کہ اونکا حاصل ضرب ۱۸۹ ہو تو دیکھتے ہین کہ ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم
نہین ہو سکتا مگر ۳ پر پورا تقسیم ہو سکتا ہے

مثال

۱۸۹	۳
۶۳	۳
۲۱	۳
۷	۷
۱	

$۷ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۱۸۹$ ∴

اسیطرح ۲۲۴ کے ایسے اجزا نکالو کہ اونکا حاصل ضرب ۲۲۴ ہو

۲	۲۲۴
۲	۱۱۲
۲	۵۶
۲	۲۸
۲	۱۴
۷	۷
	۱

۷×۲×۲×۲×۲×۲ = ۲۲۴۰

پہلی مثال مین ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم نہین ہوسکتا مگر ۳ پر ۳ دفعہ پورا تقسیم ہوگیا اور ۳ و ۵ و ۶ ان مین سے کسی عدد پر اخیر خارج قسمت ۷ پورا تقسیم نہین ہوسکتا مگر ۷ پر پورا تقسیم ہوگیا

دوسری مثال مین ۲ پر ۲۲۴ ۵ دفعہ پورا تقسیم ہوگیا اور اخیر خارج قسمت ۷ عدد ۷ پر پورا تقسیم ہوگیا

اسلیے ۱۸۹ کے ۳ و ۳ و ۳ اور ۷ اجزا مطلوب ہین اور ۲۲۴ کے ۲ و ۲ و ۲ و ۲ و ۲ اور ۷ اجزا مطلوب ہین اس باعث دونون مقادیر کا ۷ مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۱۸۹ اور ۲۲۴ کا وہی ۷ مقسوم علیہ اعظم ہے

مثال

۳۸۵ اور ۳۹۶ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

۲	۳۹۶
۲	۱۹۸
۳	۹۹
۳	۳۳
۱۱	۱۱
	۱

۵	۳۸۵
۷	۷۷
۱۱	۱۱
	۱

۱۱×۷×۵=۳۸۵ؔ

۱۱×۳×۳×۲×۲=۳۹۶

اور چونکہ ۳۸۵ اور ۳۹۶ کے جزون مین ۱۱ مشترک ہے اس باعث سے ان عددون کا ۱۱ مقسوم علیہ اعظم ہے

علم حساب مین دو یا زیادہ عددون کے مقسوم علیہ اعظم کے نکالنے کا جو قاعدہ مندرج ہے اوس قاعدے کے بموجب جبر و مقابلہ مین دو یا زیادہ مقدارون کا مقسوم علیہ اعظم نکل آتا ہے

دفعہ ۲۹ ربط کرنے سے مقادیر جبریہ کے بھی ایسے اجزا نکل آتے ہین جنکو متواتر ضرب کرنے سے حاصلضرب اخیر برابر ہوتا ہے مقادیر مذکور کے اور اگر مقدار مفرد ہوتی ہے تو اوسکے ایسے اجزا بآسانی نکل سکتے ہین جنکا حاصل ضرب برابر ہوتا ہے مقدار مفرد

مذکور کے مثلاً ۲ ح۲ س ط۲ = ۲ ح ح س ط ط اور ۳ ح۳ س ط =

۲ × ۲ ح ح ح س س ط اس باعث سے ۲ ح۲ س ط۲ اور ۴ ح۳ س۲ ط

کا مقسوم علیہ اعظم برابر ہوگا اون کے ۲ ح ح س ط اجزاے

مشترک کے حاصلضرب ۲ ح۲ س ط کے

۳ ح۴ د۳ اور ۶ ح۲ س د کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

۳ ح۴ د۳ = ۳ ح ح ح ح د د د اور ۶ ح۲ س د

= ۲ × ۳ × ح ح س د ان مین سے ۳ ح ح د

اجزاے مشترک ہین اسلیے ۳ × ح ح د یا ۳ ح۲ د

مقسوم علیہ اعظم ہوا

ذو اضعاف اقل کے بیان مین

دفعہ ۲۰ حد اگر ایک مقدار دوسری مقدار پر پوری تقسیم

ہوجاے تو پہلی مقدار کو دوسری مقدار کا ضعف کہتے ہین

اس باعث سے اگر ایک مقدار دو یا زیادہ مقادیر پر علیحدہ علیحدہ پوری

تقسیم ہوجاے تو پہلی مقدار کو اون مقدارون کا ذو اضعاف

کہتے ہین اور اسیطرح اگر کوئی اور چھوٹی مقدار اون مقدارون پر

علیحدہ علیحدہ پوری تقسیم ہوجاے تو ایسی چھوٹی مقدار کو اون چھوٹی

مقدارون کا ذو اضعاف اقل کہتے ہین مثلاً ۵ کا ۵ اضعاف ہے

کیونکہ ۵ اوہ پر ۲ دفعہ پورا تقسیم ہو سکتا ہے اور ۳ کا بھی ۵ ضعف
ہے کیونکہ وہ ۳ پر ۵ دفعہ پورا تقسیم ہو سکتا ہے اسلیے ۵ اور ۳
کا ۱۵ ذو اضعاف ہے اور علی ہذا القیاس ۵ اور ۳ کے ۳۰ اور ۴۵
ذو اضعاف ہین مگر ضعف کے سب عددون مین سے چھوٹا عدد ۱۵ ہے
اسلیے ۵ اور ۳ کا ۱۵ ذو اضعاف اقل ہے ح کا ۲ح س ضعف ہے
کیونکہ ۲ح س مین مقدار ح ۲س دفعہ گھٹ سکتی ہے اور س کا بھی
۲ح س ضعف ہے کیونکہ ۲ح س مین مقدار س ۲ح دفعہ گھٹ سکتی ہے
اسلیے ح اور س کا ۲ح س ذو اضعاف ہوا مگر ۲ح س کو ح اور س
کا ذو اضعاف اقل اسلیے نہین کہہ سکتے کہ ح اور س کا ح س بھی ذو اضعاف
ہے اور یہہ بہ نسبت ۲ح س کے چھوٹا ہے اسلیے ح اور س کا
ح س ذو اضعاف اقل ہوا

امثال مندرجہ بالا سے یہہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ جب ایک مقدار
دوسری مقدار کی ضعف ہوگی تو دوسری مقدار ضعف کا ایک جز ہوگی اور
دو یا زیادہ مقادیر کی اگر ایک مقدار ذو اضعاف ہو تو ہر ایک مقدار ذو اضعاف
کا جز ہوگی اس سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ مقادیر مطلوب کا حاصل ضرب
اونکا ذو اضعاف ہوگا مگر یہہ اون مقدارون کا ذو اضعاف اقل ہو یا نہو
مثلاً ۲ و ۴ و ۶ کا ۲×۴×۶ یا ۴۸ حاصلضرب ذو اضعاف ہے مگر

۲، ۴ اور ۶ کا ۱۲ ذو اضعاف اقل ہے

اسلیے اگر دو یا زیادہ مقادیر کا ذو اضعاف اقل نکالنا ہو تو ہر ایک مقدار کے ایسے اجزا نکال لو کہ اونکا متواتر حاصل ضرب برابر ہوگا مقدار مذکور کے اور اسنسے ایک ایسی مقدار بناؤ کہ جسمین ہر ایک مقدار کے مختلف اجزا پائے جاوین اور اگر کسی مقدار مین کوئی جزو دو یا زیادہ دفعہ آیا ہو تو اوس سے جو مقدار بناؤ اوسمین زیادہ سے زیادہ تعداد مکرر جزو کی لکھو اسیطرح سے جو مقدار بنے گی وہ سب مقداروں کا ذو اضعاف اقل ہوگی

مثالین

(۱) ۳، ۱۰ اور ۶ کا ذو اضعاف اقل نکالو

۳ = ۳ × ۱ ، ۱۰ = ۲ × ۵ ، ۶ = ۲ × ۳

اسلیے ۳، ۲، ۵ اجزاے مختلف ہین اور کسی مقدار مین ایک جزو دو یا زیادہ دفعہ نہین آیا اس باعث ۳ × ۱ × ۲ × ۵ = ۳۰ یہہ ذو اضعاف اقل ہوا

(۲) ۸، ۱۶، ۱۰ اور ۲۰ کا ذو اضعاف اقل نکالو

۸ = ۲ × ۲ × ۲ ، ۱۶ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲

۱۰ = ۲ × ۵ اور ۲۰ = ۲ × ۲ × ۵

انمین ۲ اور ۵ مختلف اجزا ہین مگر ایک مقدار مین عدد ۲، ۴ دفعہ آیا ہے

اسلیے ۲×۲×۲×۲×۵ = ۸۰ یہی ذو اضعاف اقل ہوا

(۳) ۲ح و ۶ح س اور ۸ح س کا ذو اضعاف اقل نکالو

۲ح = ۲×ح و ۶ح س = ۲×۳×ح×س و

۸ح س = ۲×۲×۲ح س انمین ۲، ۳، ح اور س سبے اجزا مختلف اور ایک مقدار مین ۲ ۳ دفعہ آیا ہے اس باعث

۲×۲×۲×۳×ح×س = ۲۴ح س

ذو اضعاف اقل ہوا

(۴) ۸ح^۲ ۱۲ح^۳ اور ۲۰ح^۴ کا ذو اضعاف اقل نکالو

۸ح^۲ = ۲×۲×۲×ح×ح و ۱۲ح^۳ = ۲×۲×۳ ح ح ح

۲۰ح^۴ = ۲×۲×۵ ح ح ح ح انمین ۲، ۳، ۵ اور ح اجزا مختلف ہین اور ایک مقدار مین ۲ ۳ دفعہ آیا ہی اور ح ۴ دفعہ اسلیے

۲×۲×۲×۳×۵ ح ح ح ح = ۱۲۰ح^۴

یہہ ذو اضعاف اقل ہوا

سوالات

(۱) ۱۲۸ اور ۳۴۸ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو (۲) ۱۱۲۵ اور ۹۰۰ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

(۳) ۸۰ و ۱۰۰ اور ۱۴۰ انکا مقسوم علیہ اعظم نکالو

(۴) ح د اور س د انکا مقسوم علیہ اعظم نکالو

(۵) س ذ اور س د انکا ایضاً (۱۷) ۴ و و اور ۴ انکا ایضاً

(۶) ح ع ذ اور ح ع د انکا ایضاً (۱۸) ۴ و ۴ و ۲۱ اور ۲۴ کا ایضاً

(۷) ح س د اور ح س د کا ایضاً (۱۹) ا ۲ ۳ ۴ ۵ ۶

(۸) ۵ ح س اور ح س کا ایضاً ۷ ۸ اور ۹ کا ایضاً

(۹) ح س ط اور ح س ط کا ایضاً (۲۰) ا ۲ ۲ ۳ ۲ اور ۲۴ کا ایضاً

(۱۰) ۴ ا ن ع اور ن ع کا ایضاً (۲۱) ح د اور س د کا ایضاً

(۱۱) ح س در اور ح ط در کا ایضاً (۲۲) ح د اور ۲ در کا ایضاً

(۱۲) ح اور ح س کا ایضاً (۲۳) ۲ د ۲ د کا ایضاً

(۱۳) ح س ف ح ط ف اور س ط ف کا ایضاً (۲۴) ح س ح ط اور س ط کا ایضاً

(۱۴) ع د ر ذ ر اور ح ع د کا ایضاً (۲۵) ذ ر اور ۲ در کا ایضاً

(۱۵) ۲۱ اور ۴ ۲ کا ذو اضعاف اقل نکالو (۲۶) س ف ط ف ط ف اور

(۱۶) ۲ ۱۶ اور ۲۰ کا ایضا س ط کا ایضاً

بیان کسور

حد لفظ کسر کے جو معنی علم حساب مین ہین وہی جبر و مقابلے مین بھی ہین مثلاً ح/س سے یہہ مراد ہے کہ ایک یا کل مقدار کی س حصے برابر کے ہوے ہین اور ویسے ح حصے لیے ہین اور شمار کنندہ

ح اور نسب نما س انکی جگہہ چاہو سو فرضی رکھہ لو

دفعہ ۳۲ اب اس بات کو دکھلاتے ہین کہ $\frac{ح}{س}$ کے یہہ معنی ہین کہ ایک کے س حصے برابر ہوئے ہین اور ویسے ح حصے لیئے ہین جبکہ ایک کے س حصے برابر ہوئے ہین تو یہہ صاف ظاہر ہی کہ ہر ایک حصہ ایک کا س وان حصہ ہوگا اور $\frac{ح}{س}$ سے یہہ مراد ہے کہ ویسی حصے ح لیے ہین یعنی ایک کے س وین حصے کو ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیرہ تعداد ح تک لیے ہین اور ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیرہ کا حاصل جمع برابر ہے ح کے اسلیے $\frac{ح}{س}$ برابر ہے ح کے س وین حصے کے

دفعہ ۳۳ اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون کو ایک مقدار مین ضرب دیوین تو اوس کسر کی قیمت مین کچھہ فرق نہین پڑتا مثلاً $\frac{ح}{س} = \frac{۲ح}{۲س} = \frac{۳ح}{۳س} = \frac{ن ح}{ن س}$ کیونکہ $\frac{۲ح}{۲س}$ سے یہہ مراد ہے کہ ایک کے ۲س برابر حصے ہوئے ہین اور ویسے ۲ح حصے لیے ہین اگر ایک کے ۲س حصے کیے جاوین اور ایک ہی کے س برابر حصے کیے جاوین تو ہر ایک پہلا حصہ بہ نسبت دوسرے حصے کے نصف ہوگا اسلیے پہلی قسم کے جو ۲ح حصے لیے جاوین اور دوسری قسم کے ح حصے لیے جاوین توان حصون کی تعداد برابر ہون گی اس باعث سے $\frac{ح}{س} = \frac{۲ح}{۲س}$

اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہی کہ $\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{۳ح}}{\text{۳س}} = \frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}}$
یہان پر مقدار ن کے بجای چاہو سو عدد فرض کرلو

$\frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}}$ مین ایک کے ن س برابر حصے ہوے ہین اور $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ مین ایک کے
س برابر حصے ہوے ہین اسیلیے $\frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}}$ کا ہرایک حصہ $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ کے ہرایک
حصے کا $\frac{\text{۱}}{\text{ن}}$ حصہ ہوگا کیونکہ جب ایک ہی تعداد پر قسمت کیجاوے اور
وہی تعداد کسی چھوٹی تعداد پر قسمت کیجاوے تو پہلا خارج قسمت چھوٹا
ہوگا بہ نسبت دوسرے خارج قسمت کے اسیلیے ایک کے ن س وین
حصے کو ن دفعہ لیوین تو $\frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}}$ برابر ہوگا $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ کے

دفعہ ۳۴ چونکہ $\frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}} = \frac{\text{ح}}{\text{س}}$ اس سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے
کہ اگر ایک کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون ایک ہی مقدار پر
تقسیم کیے جاوین تو بھی کسر کی قیمت بدستور رہیگی

امثال

(۱) $\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح}\times\text{ط}}{\text{س}\times\text{ط}} = \frac{\text{ح ط}}{\text{س ط}}$ (۶) $\frac{\text{۳ح} - \text{س}}{\text{۲ح} - \text{۳س}} = \frac{\text{۳ح س} - \text{س}^{۲}}{\text{۲ح س} - \text{۳س}^{۲}}$

(۲) $\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح}\times\text{ف ق}}{\text{س}\times\text{ف ق}} = \frac{\text{ح ف ق}}{\text{س ف ق}}$ (۷) $\text{۳۶ ح} = \frac{\text{۳۶ح}}{\text{۱}} = \frac{\text{۲۵۲ح}}{\text{۷}}$

(۳) $\frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{د}} = \frac{\text{۲ح} - \text{۲د}}{\text{۲د}}$ (۸) $\frac{\text{ح د} - \text{د}^{۲}}{\text{۲ح د}} = \frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{۲ح}}$

(۴) $\frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{د}} = \frac{\text{ح}^{۲} - \text{ح د}}{\text{ح د}}$ (۹) $\frac{\text{۲ح د} - \text{۲د}^{۲}}{\text{۲ح د}} = \frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{ح}}$

(۵) $\frac{\text{۱} - \text{د}}{\text{۱} + \text{د}} = \frac{\text{ر} - \text{د ر}}{\text{ر} + \text{د ر}}$ (۱۰) $\frac{\text{ح}^{۲} + \text{ح س}}{\text{ح}^{۲} - \text{ح س}} = \frac{\text{ح} + \text{س}}{\text{ح} - \text{س}}$

(۱۱) $\frac{\text{۲ح س} - \text{۳ح س ط}}{\text{۶ح س ط}} = \frac{\text{۲ح} - \text{۳س}}{\text{۶ط}}$ (۱۴) $\frac{\sqrt{\text{ط}} + \sqrt{\text{د}}}{\text{ط} - \text{د}} = \frac{۱}{\sqrt{\text{ط}} - \sqrt{\text{د}}}$

(۱۲) $\frac{\text{ح د} - \text{۲ح د}^۲}{\text{۳ح د}} = \frac{۱ - \text{۲د}}{۳}$ (۱۵) $\frac{۱ - \text{د}}{۱ + \sqrt{\text{د}}} = \frac{۱ - \sqrt{\text{د}}}{۱}$

(۱۳) $\frac{\text{د}^۲ - \text{ر}^۲}{\text{د} + \text{ر}} = \frac{\text{د} - \text{ر}}{۱}$ (۱۶) $\frac{\text{ا} - ۱}{\sqrt{\text{ا}} + ۱} = \frac{\sqrt{\text{ا}} - ۱}{۱}$

قاعدۂ مندرجۂ بالا سے کسور کا اختصار ہوجاتا ہے کیونکہ جب ایک کسر کا شمار کنندہ اور نسب نما دونون جس مقدار پر پورے تقسیم ہوجاوین اوس مقدار پر اون کو قسمت کرنے سے کسر مذکور کی صورت مختصر ہوجائیگی

۸ سوالات

(۱) $\frac{\text{۲ح د}}{\text{۳د}}$ کا اختصار کرو (۷) $\frac{\text{م د} - \text{ن د}}{\text{م}^۲ - \text{ن}^۲}$ کا ایضاً

(۲) $\frac{\text{۱۲ح س ط}}{\text{۱۸ح ط}}$ کا اختصار کرو (۸) $\frac{\text{۲د}^۲ - \text{۳د}}{\text{۵د}}$ کا ایضاً

(۳) $\frac{\text{۲۰ح}^۳\text{س د}}{\text{۱۵ح}^۲}$ کا ایضاً (۹) $\frac{\text{۱۴ح}^۳ + \text{۲۱ح}^۲}{\text{۷ح}^۲\text{س}}$ کا ایضاً

(۴) $\frac{\text{۳ح س د}^۲}{\text{۶ح د}}$ کا ایضاً (۱۰) $\frac{\text{۴س ط} + \text{۲ط}}{\text{۲ح ط}}$ کا ایضاً

(۵) $\frac{\text{۵ح د}^۲\text{ر}^۳}{\text{۱۵ح}^۲\text{ر}^۳}$ کا ایضاً (۱۱) $\frac{\text{۳ح د} - \text{۲د}^۲}{\text{۲ح د} - \text{۳د}^۲}$ کا ایضاً

(۶) $\frac{\text{ح س}^۳\text{د}}{\text{ح}^۲\text{س}^۴\text{د}}$ کا ایضاً (۱۲) $\frac{\text{م ن ع} - \text{م}^۲\text{ع} + \text{م ع}^۲}{\text{م}^۲\text{ع} - \text{م ع ن} + \text{م ع}^۲}$ کا ایضاً

قاعدہ جمع و تفریق کسور دو یا زیادہ کسور کے جمع کرنیکا قاعدہ

دفعہ ۳۵ اول اگر سب کسرون کے نسب نما یکسان ہون تو اونکے شمار کنندونکو جمع کرکے حاصل جمع کے تلے وہی یکسان نسب نما لکھو

مثلا $\frac{۱}{۴} + \frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۴}$ اسیطرح $\frac{\text{ح}}{\text{س}} + \frac{\text{ط}}{\text{س}} = \frac{\text{ح} + \text{ط}}{\text{س}}$

کیونکہ $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ اور $\frac{\text{ط}}{\text{س}}$ ہر ایک کسر مین ہر ایک کے س حصے برابر کیے گئے ہین اور ویسے ح اور ط حصے لیے گئے ہین اسلیے ویسے ح اور ط حصونکا حاصل جمع برابر ہے $\frac{\text{ح}+\text{ط}}{\text{س}}$ اسکے یہہ معنی ہوے کہ ایک کے س برابر حصے کیے گئے ہین اور ویسے ح اور ط حصے لیے گئے ہین

اسیطرح سے $\frac{\text{ح}}{\text{س}} + \frac{\text{ط}}{\text{س}} + \frac{\text{ف}}{\text{س}} = \frac{\text{ح}+\text{ط}+\text{ف}}{\text{س}}$ اور اسیطرح پر چار یا زیادہ کسور کو جمع کر سکتے ہین

دوم اگر کسور کے نسب نما مختلف ہوتے ہین تو بجاے اونکے ایسی کسور رکھو کہ اونکے قیمت مین فرق نہو اور اونکے نسب نما یکسان ہون بموجب ۳۳ دفعہ کے یہہ عمل ہو سکتا ہے

مثلاً $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ اور $\frac{\text{ط}}{\text{ع}}$ کسرون کو جنکے نسب نما مختلف ہین جمع کرو

(۳۳ دفعہ +)

$\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح ع}}{\text{س ع}}$ اور $\frac{\text{ط}}{\text{ع}} = \frac{\text{س ط}}{\text{س ع}}$ اس باعث سے $\frac{\text{ح}}{\text{س}} + \frac{\text{ط}}{\text{ع}}$ $= \frac{\text{ح ع}}{\text{س ع}} + \frac{\text{س ط}}{\text{س ع}} = \frac{\text{ح ع} + \text{س ط}}{\text{س ع}}$ بموجب پہلے قاعدے کے

ان $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ ، $\frac{\text{ط}}{\text{ع}}$ ، $\frac{\text{ق}}{\text{ل}}$ کسرون کو جمع کرو

$\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح ع ل}}{\text{س ع ل}}$ ، $\frac{\text{ط}}{\text{ع}} = \frac{\text{ط} \times \text{س ل}}{\text{ع} \times \text{س ل}} = \frac{\text{س ط ل}}{\text{س ع ل}}$ کیونکہ بموجب ۵ دفعہ کے $\text{ط} \times \text{س} = \text{س ط}$ اور $\text{ع} \times \text{س} = \text{س ع}$ اور اسیطرح $\frac{\text{ق}}{\text{ل}}$ کے $= \frac{\text{س ع} \times \text{ق}}{\text{س ع} \times \text{ل}} = \frac{\text{س ع ق}}{\text{س ع ل}}$ اس باعث سے

$\frac{\text{ح}}{\text{س}} + \frac{\text{ط}}{\text{ع}} + \frac{\text{ق}}{\text{ل}} = \frac{\text{ح ع ل}}{\text{س ع ل}} + \frac{\text{س ط ل}}{\text{س ع ل}} + \frac{\text{س ع ق}}{\text{س ع ل}} =$

$\frac{ح ع ل + س ط ل + س ع ق}{س ع ل}$ اسیطرح پر چار یا زیادہ کسور کو بھی

جمع کر سکتے ہین علم حساب مین جو قاعدہ جمع کرنے کسور کا لکھا ہے

وہ امثال مندرجہ بالا سے نکلتا ہے چنانچہ بتصدیقاً لکھا جاتا ہے

قاعدہ

ہر ایک کسر کے شمار کنندہ کو سوای اوسکے منسب نما کے اور وہ نکے

منسب نماؤن مین ضرب دو تو ان حاصل ضربون کا مجموعہ حاصل جمع

مطلوب کا شمار کنندہ ہوگا اسکے تلے تمام منسب نماؤن کا متواتر حاصل ضرب لکھے

ایک کسر مین سے دوسری کسر کے تفریق کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۳۶. جمع کرنے مین جو عمل کیا جاتا ہے وہی عمل تفریق مین

بھی جاری رہتا ہے فقط اتنا تفاوت ہے کہ ایک کسر کے شمار کنندہ

کو دوسری کسر کے شمار کنندے مین سے تفریق کرتے ہین

مثلاً $\frac{ح}{س} - \frac{ط}{س} = \frac{ح - ط}{س}$ اور $\frac{ح}{س} - \frac{ط}{ع} = \frac{ح ع - س ط}{س ع}$

اگر کسی مقدار صحیح کو کسر کی صورت مین لانا ہوتا ہے تو اوسکے تلے ایک

منسب نما لکھو مثلاً $ح = \frac{ح}{۱}$ ، $د = \frac{د}{۱}$ ، $ح - س = \frac{ح - س}{۱}$ وغیرہ

اسکا یہہ باعث ہے کہ بموجب ۳۳ دفعہ کے $ح = \frac{ح \times ۱}{۱} = \frac{ح}{۱}$

مثالین

(۱) $\frac{ح}{د}$ ، $\frac{س}{د}$ اور $\frac{ط}{د}$ کو جمع کرو اِن سب کسرون کے نسب نما یکسان ہین اس باعث $\frac{ح + س + ط}{د}$ حاصل جمع ہوا

(۲) $\frac{ح}{د}$ اور $\frac{س}{۲د}$ ان کو جمع کرو اِن کسرون کے نسب نما مختلف ہین مگر $\frac{ح}{د} = \frac{۲ح}{۲د}$ اسلیے $\frac{۲ح}{۲د} + \frac{س}{۲د} = \frac{۲ح + س}{۲د}$ بھی حاصل جمع ہوا

(۳) $\frac{۱}{۲}$ اور $\frac{د}{۲ح}$ کو جمع کر

$\frac{۱}{۲} = \frac{ح}{۲ح}$ ∴ حاصل جمع $= \frac{ح}{۲ح} + \frac{د}{۲ح} = \frac{ح + د}{۲ح}$

(۴) $\frac{د}{۲}$ ، $\frac{د}{۳}$ اور $\frac{د}{۴}$ کو جمع کرو

$\frac{د}{۲} = \frac{د \times ۴ \times ۳}{۲ \times ۴ \times ۳} = \frac{۱۲ د}{۲۴}$ ، $\frac{د}{۳} = \frac{د \times ۴ \times ۲}{۳ \times ۴ \times ۲} = \frac{۸ د}{۲۴}$

اور $\frac{د}{۴} = \frac{د \times ۳ \times ۲}{۴ \times ۳ \times ۲} = \frac{۶ د}{۲۴}$ ∴ حاصل جمع $= \frac{۱۲ د}{۲۴} + \frac{۸ د}{۲۴} + \frac{۶ د}{۲۴} = \frac{۲۶ د}{۲۴}$

(۵) $\frac{۱}{د}$ ، $\frac{۱}{۲د}$ اور $\frac{۱}{۳د}$ انکو جمع کرو

$\frac{۱}{د} = \frac{۱ \times ۲ د \times ۳ د}{د \times ۲ د \times ۳ د} = \frac{۶ د^۲}{۶ د^۳}$ ، $\frac{۱}{۲د} = \frac{۱ \times د \times ۳ د}{۲ د \times د \times ۳ د} = \frac{۳ د^۲}{۶ د^۳}$

اور $\frac{۱}{۳د} = \frac{۱ \times د \times ۲ د}{۳ د \times د \times ۲ د} = \frac{۲ د^۲}{۶ د^۳}$ اسلیے حاصل $= \frac{۶ د^۲}{۶ د^۳} + \frac{۳ د^۲}{۶ د^۳} + \frac{۲ د^۲}{۶ د^۳} = \frac{۱۱ د^۲}{۶ د^۳}$ اس کسر کا موجب ۳ دفعہ کر $\frac{۱۱}{۶د}$ اختصار ہوا موجب قاعدہ جمع کے اس مثال کا یہہ جواب نکلا مگر اسمین زیادہ محنت پڑتی اسلیے اس مثال کو اسطرح پر حل کرتے ہین کہ ہر ایک

کسر کے (۶ د) نسب نما کو اسطرح پر لکھا جاوے کہ ہر ایک کسر کی قیمت مین کچھ فرق نہ پڑے

مثلاً $\frac{۱}{د} = \frac{۱\times۶}{د\times۶} = \frac{۶}{۶د}$ ، $\frac{۱}{۲د} = \frac{۱\times۳}{۲د\times۳} = \frac{۳}{۶د}$ ، $\frac{۱}{۳د} = \frac{۱\times۲}{۳د\times۲} = \frac{۲}{۶د}$

$\therefore$ حاصل جمع $= \frac{۶+۳+۲}{۶د} = \frac{۱۱}{۶د}$ یہی جواب پہلے بھی آیا تھا

کسرون کے نسب نماؤن کا ذواضعاف اقل ہر ایک کسر کے نسب نما پر پورا تقسیم ہوسکتا ہے اسلیے ان خارج قسمتوں مین اپنے اپنے شمار کنندے اور نسب نما کو ضرب دو کسرون کے یکسان نسب نما مختصر ہوجاوینگے

امثال

$\frac{د}{۲}$ ، $\frac{د}{۳}$ اور $\frac{د}{۴}$ کو جمع کرو

نسب نماؤن کا ذواضعاف اقل ۱۲ ہے جسمین ۲ ، ۶ دفعہ جاسکتا ہے اور ۴ ، ۳ دفعہ اسلیے ہر ایک کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ۶ ، ۴ اور ۳ مین علیحدہ علیحدہ ضرب دیا

$\frac{د}{۲} = \frac{۶د}{۱۲}$ ، $\frac{د}{۳} = \frac{۴د}{۱۲}$ ، $\frac{د}{۴} = \frac{۳د}{۱۲}$

$\therefore$ حاصل جمع $= \frac{۶د}{۱۲} + \frac{۴د}{۱۲} + \frac{۳د}{۱۲} = \frac{۱۳د}{۱۲}$

(۲) $\frac{۵د}{۶}$ ، $\frac{۳د}{۵}$ اور $\frac{د}{۳}$ کو جمع کرو

ان کسرون کا نسب نما یکسان مختصر ۳۰ ہے

$\frac{\text{٧د}}{\text{٦}} = \frac{\text{٣٥د}}{\text{٣٠}}$ ، $\frac{\text{٣د}}{\text{٥}} = \frac{\text{١٨د}}{\text{٣٠}}$

∴ حاصل جمع $= \frac{\text{٣٥د + ١٨د + د}}{\text{٣٠}} = \frac{\text{٥٤د}}{\text{٣٠}} = \frac{\text{٩د}}{\text{٥}}$

(٣) $\frac{\text{د}}{\text{٢ح}}$ ، $\frac{\text{د}}{\text{٦ح س}}$ اور $\frac{\text{د}}{\text{٨ح س}}$ کو جمع کرو

ان کسرون کا یکسان نسب نما مختصر ٢٤ح س ہے اور یہہ ٣١ دفعہ کی تیسری مثال مین مندرج ہے اور ٢٤ح س مین مقدار ٢ح ١٢س دفعہ جاسکتی ہے اور ٦ح س ٤ دفعہ اور ٨ح س ٣ دفعہ

∴ $\frac{\text{د}}{\text{٢ح}} = \frac{\text{١٢س د}}{\text{٢٤ح س}}$ ، $\frac{\text{د}}{\text{٦ح س}} = \frac{\text{٤د}}{\text{٢٤ح س}}$ ، $\frac{\text{د}}{\text{٨ح س}} = \frac{\text{٣د}}{\text{٢٤ح س}}$

اسلیے حاصل جمع $= \frac{\text{١٢س د + ٤د + ٣د}}{\text{٢٤ح س}} = \frac{\text{١٢س د + ٧د}}{\text{٢٤ح س}}$

(٤) $\frac{\text{٢ح}}{\text{٧س}}$ کو $\frac{\text{٩ح}}{\text{٧س}}$ مین سے تفریق کرو

$\frac{\text{٩ح}}{\text{٧س}} - \frac{\text{٢ح}}{\text{٧س}} = \frac{\text{٩ح − ٢ح}}{\text{٧س}} = \frac{\text{٧ح}}{\text{٧س}} = \frac{\text{ح}}{\text{س}}$

(٥) $\frac{\text{٣د}}{\text{٢٤ر}}$ کو $\frac{\text{٣د}}{\text{٤ر}}$ مین سے تفریق کرو

$\frac{\text{٣د}}{\text{٤ر}} = \frac{\text{٣ × ٦ د}}{\text{٤ × ٦ ر}} = \frac{\text{١٨د}}{\text{٢٤ر}}$

∴ حاصل تفریق $= \frac{\text{١٨د}}{\text{٢٤ر}} - \frac{\text{٣د}}{\text{٢٤ر}} = \frac{\text{١٥د}}{\text{٢٤ر}} = \frac{\text{٥د}}{\text{٨ر}}$

(٦) $\frac{\text{٥ح س}}{\text{٤}}$ مین سے $\frac{\text{٢ح س}}{\text{٦}}$ کو تفریق کرو

ان کسرون کے نسب نماؤن کا ١٢ اختصار متساوی ہے

$\frac{\text{٥ح س}}{\text{٤}} = \frac{\text{١٥ح س}}{\text{١٢}}$ اور $\frac{\text{٢ح س}}{\text{٦}} = \frac{\text{٤ح س}}{\text{١٢}}$

∴ حاصل تفریق $= \frac{۵ ا ح س}{۱۲} - \frac{۴ ا ح س}{۱۲} = \frac{ح س}{۱۲}$

۹ سوالات

(۱) $\frac{د}{۵}$ ، $\frac{۲د}{۵}$ اور $\frac{۳د}{۵}$ انکو جمع کرو

(۲) $\frac{ح س}{۳}$ اور $\frac{ح س}{۶}$ کو ایضاً

(۳) $\frac{۲ح}{۳}$ ، $\frac{ح}{۳}$ اور $\frac{۱}{۴}$ کو ایضاً

(۴) $\frac{ح+د}{۵}$ اور $\frac{ح-د}{۵}$ کو ایضاً

(۵) $\frac{۲د+۱}{۷}$ اور $\frac{۴د-۵}{۷}$ کو ایضاً

(۶) $\frac{۲د+۱}{۷}$ اور $\frac{۴د-۵}{۲۱}$ کو ایضاً

(۷) $\frac{۱}{ح}$ ، $\frac{۲}{ح}$ اور $\frac{۳}{ح}$ کو ایضاً

(۸) $\frac{۱}{ح س}$ ، $\frac{۲}{ح س}$ اور $\frac{۳}{ح س}$ کو ایضاً

(۹) $\frac{۲}{در}$ ، $\frac{۱}{د}$ اور $\frac{۱}{ر}$ کو ایضاً

(۱۰) $\frac{۱}{ح}$ ، $\frac{۱}{ح س}$ ، $\frac{۳}{ح س ط}$ کو ایضاً

(۱۱) د ، $\frac{۳د-۵}{۲}$ اور $\frac{۲د-۴}{۳}$ کو ایضاً

(۱۲) $\frac{د}{۶}$ ، $\frac{۲د-۱}{۳}$ اور $\frac{۳د+۱}{۱۲}$ کو ایضاً

(۱۳) $\frac{۳د-۵}{۱۰}$ ، $\frac{۲د}{۵}$ اور $\frac{۲د+۱}{۲۵}$ کو ایضاً

(۱۴) $\frac{۳}{د}$ ، $\frac{۱}{۳د}$ اور $\frac{۴}{۵د}$ کو ایضاً

(۱۵) $\frac{۴}{۵ر}$ ، $\frac{۱}{۲ر}$ اور $\frac{۳}{۴ر}$ کو ایضاً

(۱۶) $\frac{د}{ح}$ ، $\frac{ر}{س}$ ، $\frac{ص}{ط}$ کو ایضاً

(۱۷) $\frac{د-ح س}{ح س}$ ، $\frac{د-س ط}{س ط}$ اور [illegible] کو ایضاً

(۱۸) $\frac{ح-س}{ح س}$ ، $\frac{س-ط}{س ط}$ ، $\frac{ط-ح}{ط ح}$ کو ایضاً

(۱۹) $\frac{۴د}{۵}$ کو $\frac{۹د}{۱۰}$ میں سے تفریق کرو

(۲۰) $\frac{۷د}{۸}$ کو د میں سے تفریق کرو

(۲۱) $\frac{۵د+۴}{۹}$ کو $\frac{۱۰د+۱۷}{۱۸}$ سے ایضاً

(۲۲) $\frac{۲د-۳}{۴}$ کو $\frac{۵د-۱}{۸}$ ایضاً

(۲۳) $\frac{۳ر+د+۱۳}{۱۰}$ کو $\frac{۳د+۷}{۵}+۱$ ایضاً

(۲۴) $\frac{۱۵+۳د}{۱+د}$ کو $۷+\frac{۲۴}{د+۱}$ ایضاً

(۲۵) $\frac{۲}{د}+\frac{۴}{د}$ کو $\frac{۳}{د}+\frac{۵}{د}$ ایضاً

(۲۶) $\frac{د}{د+۱}$ کو $\frac{۳د}{د+۲}$ ایضاً

(۲۷) $\frac{۲د-۷}{۲۱}$ کو $\frac{۳د+۷}{۱۴}$ ایضاً

(۲۸) $\frac{د}{۱۰}+\frac{۴}{۲۵}$ کو $\frac{۱۱د-۱۳}{۲۵}$ ایضاً

(۲۹) $\frac{ح}{س+ط+د}$ کو $\frac{ح}{س}$ ایضاً

(۳۰) $\frac{۲د}{د+ر}$ کو $\frac{د+ر}{ر}$ ایضاً

(٣١) $\frac{\text{٢}}{\text{١}+\text{د}}$ کو $\frac{\text{٣}+\text{٢د}}{\text{١}+\text{د}+\text{٢د}^{\text{٢}}}$ ایضاً (٣٢) $\frac{\text{د}-\text{ر}}{\text{د}+\text{ر}}$ کو $\frac{\text{د}+\text{ر}}{\text{د}-\text{ر}}$ ایضاً

قاعدہ ضرب و تقسیم کسور

کسر کو عدد صحیح مین ضرب دینے کا

قاعدہ

دفعہ ٢٧ کسر کے شمار کنندہ کو عدد صحیح مین ضرب دے کر حاصلضرب کے تلے کسر کا نسب نما لکھو۔ مثلاً $\text{ط}\times\frac{\text{ح}}{\text{س}}=\frac{\text{ح ط}}{\text{س}}$ ، $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ اور $\frac{\text{ح ط}}{\text{س}}$ ان دونون کسرون مین ایک کے س حصے ہوئے ہین اور $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ کسر مین ویسے حصے ح لیے گئے ہین

اور $\frac{\text{ح ط}}{\text{س}}$ کسر مین مثل ح کے حصے ط دفعہ لیے گئے ہین

اس باعث سے $\frac{\text{ح ط}}{\text{س}}$ کسر بہ نسبت $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ کسر کے ط دفعہ بڑی ہے

امثال

(١) $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ کو ٢ مین ضرب دو

حاصلضرب $=\frac{\text{٢ح}}{\text{س}}$ کیونکہ دو سے ضرب دیا گیا $\frac{\text{ح}}{\text{س}}=\frac{\text{ح}}{\text{س}}+\frac{\text{ح}}{\text{س}}=\frac{\text{ح}+\text{ح}}{\text{س}}=\frac{\text{٢ح}}{\text{س}}$

(٢) $\frac{\text{ح د}}{\text{س ر}}$ کو م مین ضرب دو

$\text{م}\times\frac{\text{ح د}}{\text{س ر}}=\frac{\text{م ح د}}{\text{س ر}}$ یہی حاصل ضرب ہوا

(٣) $\frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{ح}+\text{د}}$ کو ٧ مین ضرب دو

حاصل ضرب $=\text{٧}\times\frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{ح}+\text{د}}=\frac{\text{٧ح}-\text{٧د}}{\text{ح}+\text{د}}$

(۴) $\frac{ح - د}{س}$ کو ۲ح مین ضرب دو

حاصل ضرب $= ۲ح \times \frac{ح - د}{س} = \frac{۲ح^{۲} - ۲ح د}{س}$

کسر کو عدد صحیح پر تقسیم کرنے کا

قاعدہ

دفعہ ۳۸ اگر کسر کا شمار کنندہ عدد صحیح پر پورا تقسیم ہو جائے تو خارج قسمت کے تلے کسر کا نسب نما لکھو یا کسر کے نسب نما کو عدد صحیح مین ضرب دے کر نیا نسب نما فرض کرو اور اسکے اوپر کسر کا شمار کنندہ لکھو

مثلاً $\frac{ح ط}{س} \div ط = \frac{ح}{س}$ اور $\frac{ح}{س} \div ط = \frac{ح}{س ط}$

کیونکہ بموجب ۳۷ دفعہ کے ط گنا $\frac{ح}{س} = \frac{ح ط}{س}$ اسلیے $\frac{ح ط}{س}$ کا ط وان حصہ یعنی $\frac{ح ط}{س} \div ط = \frac{ح}{س}$ اور چونکہ بموجب ۳۴ دفعہ کے $\frac{ح}{س} = \frac{ح ط}{س ط}$ اور بموجب ۳۷ دفعہ کے $\frac{ح ط}{س ط} =$ ط گنا $\frac{ح}{س ط}$ اس باعث سے $\frac{ح}{س}$ بھی = ط گنا $\frac{ح}{س ط}$ اور $\frac{ح}{س}$ بہ نسبت $\frac{ح}{س ط}$ کے ط گنا بڑا ہے اسلیے $\frac{ح}{س}$ کا ط وان حصہ یا $\frac{ح}{س} \div ط = \frac{ح}{س ط}$

امثال

(۱) $\frac{۲ح}{س}$ کو ۲ پر تقسیم کرو جواب $\frac{ح}{س}$ کیونکہ ۲ح $\div$ ۲ = ح

(۲) $\frac{م ح د}{س ر}$ کو م پر تقسیم کرو چونکہ م ح د $\div$ م = ح د $\therefore$ خارج قسمت = $\frac{ح د}{س ر}$

(۳) $\frac{۷ح - ۷د}{ح + د}$ کو ۷ پر تقسیم کرو چونکہ شمار کنندہ ۷ح − ۷د $\div$ ۷ = ح − د

∴ خارج قسمت $= \frac{ح - د}{ب + د}$

(۴) $\frac{۲ح س - ۲ح^۲}{ط}$ کو ۲ح پر تقسیم کرو

چونکہ $۲ح س - ۲ح^۲ \div ۲ح = س - ح$ ∴ خارج قسمت

$= \frac{س - ح}{ط}$

ایک کسر کو دوسری کسر میں ضرب دینے کا

قاعدہ

دفعہ ۳۹ شمار کنندہ کو شمار کنندہ میں ضرب دو اور نسب نما کو نسب نما میں مثلاً $\frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ح ط}{س ع}$

$\frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع}$ اسکے یہہ معنی ہیں کہ $\frac{ط}{ع}$ کو $\frac{ح}{س}$ بار ضرب دینا ہے

$\frac{ط}{ع}$ کو ح میں ضرب دیا تو $\frac{ح ط}{ع}$ ہوا مگر بموجب ۳۲ دفعہ کے

$\frac{ح}{س}$ کے معنے ح کا س واں حصہ ہی اور $\frac{ط}{ع}$ کو ح بار ضرب نہیں دینا

ہے مگر اوسکو ح کے س وین حصہ بار ضرب کرنا ہے اس باعث

$\frac{ح ط}{ع}$ کا س واں حصہ یعنی $\frac{ح ط}{ع} \div س = \frac{ح ط}{س ع}$ بموجب ۳۸ دفعہ کے

∴ $\frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ح ط}{س ع}$ یہی قاعدہ ہے

حاصل چونکہ $\frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ح ط}{س ع}$

∴ $\frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} \times \frac{ق}{ل} = \frac{ح ط}{س ع} \times \frac{ق}{ل} = \frac{ح ط ق}{س ع ل}$

اسیطرح سے چار یا زیادہ کسروں کا حاصل ضرب ہو سکتا ہے

امثال

(۱) $\frac{\text{۲}}{\text{ح}}$ کو $\frac{\text{س}}{\text{ما}}$ مین ضرب دو   جواب $\frac{\text{۲س}}{\text{ح ما}}$

(۲) $\frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{ر}}$ کو $\frac{\text{۶}}{\text{د}}$ مین ضرب دو $\frac{\text{۶}}{\text{د}} \times \frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{ر}} = \frac{\text{۶ح} - \text{۶د}}{\text{د ر}}$

(۳) $\frac{\text{۲ح}}{\text{۳ر}}$ کو $\frac{\text{س}}{\text{د}}$ مین ضرب دو   جواب $\frac{\text{۲ح}}{\text{۳ر}} \times \frac{\text{س}}{\text{د}} = \frac{\text{۲ح} \times \text{س}}{\text{۳ر} \times \text{د}} = \frac{\text{۲ح س}}{\text{۳ د ر}}$

(۴) $\frac{\text{د}^{2}}{\text{ح}}$ کو $\frac{\text{د}}{\text{ح}}$ مین ضرب دو   حاصل ضرب $= \frac{\text{د}^{2} \times \text{د}}{\text{ح} \times \text{ح}} = \frac{\text{د}^{3}}{\text{ح}^{2}}$

(۵) $\frac{\text{ح س}}{\text{۲ د ر}}$ کو $\frac{\text{۲ح س}}{\text{۵ د ر}}$ مین ضرب دو   حاصل ضرب $= \frac{\text{ح س} \times \text{۲ح س}}{\text{۲ د ر} \times \text{۵ د ر}} = \frac{\text{۲ح}^{2}\text{س}^{2}}{\text{۱۰ د}^{2}\text{ر}^{2}}$

پانچوین مثال کے جواب مین جو کسر لکھی ہے اوسکا اختصار نہین ہوا ہے کیونکہ اوسکے شمارکنندہ اور نسب نما دونون ۲ پر پوری تقسیم ہو سکتی ہین ضرب دینے کے پیشتر یہہ دیکھنا چاہیے تھا کہ حاصل ضرب مطلوب کے شمارکنندہ اور نسب نما دونون مین ۲ سر مشترک ہے اس باعث سے اوسے چھوڑ دیا تھا کیونکہ کسر کے شمارکنندہ اور نسب نما دونون کو ایک مقدار پر قسمت کرنے سے کسر کی قیمت مین فرق نہین پڑتا اسیطرح اگر حاصل ضرب مطلوب کے شمارکنندہ اور نسب نما دونون مین ایک سے زیادہ اجزا یکسان ہوتے ہین تو اونکو شمارکنندہ اور نسب نما دونون مین سے نکال ڈالتے ہین اس سے حاصل ضرب کا اختصار ہو جاتا ہے

امثال

(۶) $\frac{۲\text{ج}}{۳}$ کو $\frac{۳\text{د}}{۵}$ مین ضرب دو

$\frac{۲\text{د}}{۳} \times \frac{۳\text{د}}{۵} = \frac{۲\text{د}^{۲}}{۵}$ حاصل ضرب کے شمار کنندہ اور نسب نما

دونون مین جزو ۳ مشترک ہے اسلیے اوسے نکال ڈالا

(۷) $\frac{۳\text{د}}{۵}$ کو $\frac{۵\text{د}}{۳}$ مین ضرب دو

حاصل ضرب = $\frac{۳\text{د} \times ۵\text{د}}{۵ \times ۳}$ اسکے شمار کنندہ اور نسب نما دونون مین

۳ اور ۵ اجزای مشترک ہین اس باعث اونکو نکال ڈالا تو شمار

کنندہ = د × د = د² اور نسب نما = ۱ × ۱ = ۱ اور حاصل

ضرب = $\frac{\text{د}^{۲}}{۱}$ یا د² مگر اس حاصل ضرب کو ایک ہی بار دیکھکر

نکال لینا چاہیے مثلاً $\frac{۳\text{د}}{۵} \times \frac{۵\text{د}}{۳} = \text{د}^{۲}$

(۸) $\frac{۲\text{د} - \text{ہ}}{۴}$ کو ۴ مین ضرب دو

اس سوال کو دیکھتے ہی معلوم ہوتا ہے کہ حاصل ضرب ۲د − ہ

ہے کیونکہ کسی ایک چیز یا مقدار کے چہارم حصے کو چوگنا کرو تو

تو حاصل ضرب اوس کل چیز یا مقدار کے برابر ہوگا

(۹) $\frac{۲\text{د} - \text{ہ}}{۴}$ کو ۸ مین ضرب دو

اس سوال مین بعد عمل ضرب کے ۲د − ہ مقدار ۴ پر پوری

تقسیم ہوسکتی ہے اور مقدار مذکور ۸ مین ضرب دی گئی ہے

اسلیے بجاے ۴ پر تقسیم کرنے اور ۸ مین ضرب دینے کے

۲د — ۵ کو ۲ مین ضرب دیا تو حاصلضرب ۴د — ۱۰ ہوا

(۱۰) $\frac{۲د - ۵}{۱۲}$ کو ۶۰ مین ضرب دو

$\frac{۶۰}{۱۲} = ۵$ ∴ حاصلضرب = ۵ گنا (۲د — ۵) یا ۱۰د — ۲۵

(۱۱) $\frac{ح + س^{۲}}{ح}$ کو $\frac{ح - س^{۲}}{س}$ مین ضرب دو تو

حاصل ضرب = $\frac{ح + س^{۲}}{ح} \times \frac{ح - س^{۲}}{س}$ اور ح + س^۲ کو ح — س^۲ مین

ضرب دیا تو ح^۲ — س^۴ ہوا اس باعث سے حاصلضرب = $\frac{ح^{۲} - س^{۴}}{ح س}$

ایک کسر کو دوسری کسر پر تقسیم کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۳۴ اگر مقسوم علیہ کسر ہو تو اوسکو اولٹ دو یعنی اوسکے شمار کنندے کی بجاے نسب نما کو لکھو اور نسب نما کی بجاے شمار کنندے کو لکھو پھر بموجب قاعدے ضرب کسور کے دونون کسرون کو ضرب کرو مثلاً $\frac{ح}{س} \div \frac{ط}{ع} = \frac{ح}{س} \times \frac{ع}{ط} = \frac{ح ع}{س ط}$

کیونکہ خارج قسمت ایک ایسی مقدار ہے کہ اگر اوسی مقسوم علیہ مین ضرب دو تو حاصل ضرب برابر ہوگا مقسوم کے اس باعث اگر مقسوم کے ایسے دو اجزا لیے جاوین کہ اونمین سے ایک مقسوم علیہ کے برابر ہو تو دوسرا خارج قسمت کے برابر ہوگا

مثال مندرجہ بالا مین $\frac{ح}{س}$ مقسوم ہے اور $\frac{ح}{س} = \frac{ح \times ط ع}{س \times ط ع} = \frac{ح ط ع}{س ط ع}$

$= \frac{\text{ط ح ع}}{\text{ع س ط}} = \frac{\text{ط}}{\text{ع}} \times \frac{\text{ح ع}}{\text{س ط}}$ اسمیں $\frac{\text{ط}}{\text{ع}}$ جز مقسوم علیہ ہے اس باعث سے دوسرا جز $\frac{\text{ح ع}}{\text{س ط}}$ خارج قسمت ہے

امثال

(۱) $\frac{۲}{\text{د}}$ کو $\frac{۳}{\text{ر}}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{۲}{\text{د}} \div \frac{۳}{\text{ر}} = \frac{۲}{\text{د}} \times \frac{\text{ر}}{۳} = \frac{۲\text{ر}}{۳\text{د}}$$

(۲) $\frac{\text{ح د}}{\text{س ر}}$ کو $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{\text{ح د}}{\text{س ر}} \div \frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح د}}{\text{س ر}} \times \frac{\text{س}}{\text{ح}} = \frac{\text{ح س د}}{\text{ح س ر}} = \frac{\text{د}}{\text{ر}}$$ بموجب دفعہ ۳۴ کے

(۳) $\frac{۲\text{ح س}}{۳\text{د ر}}$ کو $\frac{\text{س}}{\text{د}}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{۲\text{ح س}}{۳\text{د ر}} \div \frac{\text{س}}{\text{د}} = \frac{۲\text{ح س}}{۳\text{د ر}} \times \frac{\text{د}}{\text{س}} = \frac{۲\text{ح س د}}{۳\text{س د ر}} = \frac{۲\text{ح}\times\text{س}\times\text{د}}{۳\text{ر}\times\text{س}\times\text{د}} = \frac{۲\text{ح}}{۳\text{ر}}$$

(۴) $\frac{۲\text{ح}^{۲}\text{س}}{۱۰\text{د ر}^{۲}}$ کو $\frac{\text{ح س}}{۲\text{د ر}}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{۲\text{ح}^{۲}\text{س}}{۱۰\text{د ر}^{۲}} \div \frac{\text{ح س}}{۲\text{د ر}} = \frac{۲\text{ح}^{۲}\text{س}}{۱۰\text{د ر}^{۲}} \times \frac{۲\text{د ر}}{\text{ح س}} = \frac{۲\text{ح}\times\text{ح س}\times۲\text{د ر}}{۵\text{ر د}\times۲\times\text{ر ح س}} = \frac{۲\text{ح}}{۵\text{ر}}$$

(۵) $\frac{\text{ح}-\text{د}}{۴}$ کو $\frac{۲}{\text{ح}}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{\text{ح}-\text{د}}{۴} \div \frac{۲}{\text{ح}} = \frac{\text{ح}-\text{د}}{۴} \times \frac{\text{ح}}{۲} = \frac{\text{ح}^{۲}-\text{ح د}}{۸}$$

(۶) $\frac{\text{ح}^{۲}-\text{د}^{۲}}{\text{ح د}}$ کو $\frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{ح}}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{\text{ح}^{۲}-\text{د}^{۲}}{\text{ح د}} \div \frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{ح}} = \frac{\text{ح}^{۲}-\text{د}^{۲}}{\text{ح د}} \times \frac{\text{ح}}{\text{ح}+\text{د}} = \frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}}$$

$$\times \frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{ح}} \times \frac{\text{ح}}{\text{ح}+\text{د}} = \frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}}$$

(۷) $\frac{۱+۲\text{د}+\text{د}^{۲}}{۳\text{د}}$ کو $\frac{۱+\text{د}}{۲\text{د}}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت = $\frac{۱+د+۲د^۲}{۳د} \times \frac{۲د}{۱+د} = \frac{۱+د}{۳}$

$\times \frac{۱+د}{د} \times \frac{۲د}{۱+د} = \frac{۱+د}{۳} \times ۲ = \frac{۲+۲د}{۳}$

۱۰ سوالات

(۱) $\frac{د}{۲}$ کو ۳ مین ضرب دو

(۲) $\frac{۲د}{۳}$ کو ۲ مین ضرب دو

(۳) $\frac{۵د}{۴}$ کو ۲ مین ضرب دو

(۴) $\frac{د}{۳}$ کو ۶ مین ضرب دو

(۵) $ح - \frac{د}{۲}$ کو ۴ مین ضرب دو

(۶) $\frac{د}{۱۵}$ کو ۱۰ مین ضرب دو

(۷) $\frac{۲د}{۱\frac{۱}{۲}}$ کو ۴ ب مین ضرب دو

(۸) $\frac{۳د - ۵}{۲}$ کو ۶ مین ضرب دو

(۹) $\frac{۱۲ + ۹د}{۱۶}$ کو ۸ مین ضرب دو

(۱۰) $\frac{۸ - ۷د}{۴} \div \frac{۱}{۲}$ کو ۹ مین ضرب دو

(۱۱) $\frac{۶د + ۱۳}{۱\frac{۱}{۲}}$ کو ۱۵ مین ضرب دو

(۱۲) $\frac{۲د - ۱}{۷} \div \frac{۱}{۲}$ کو ۱۵ مین ضرب دو

(۱۳) $\frac{۳د + ۴}{۵} \div \frac{۱}{۲}$ کو ۱۱ مین ضرب دو

(۱۴) $\frac{د - \frac{۲}{۳}}{۲\frac{۱}{۳}}$ کو ۷ مین ضرب دو

(۱۵) $\frac{۲\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴}د}{۲\frac{۱}{۲}}$ کو ۱۰ مین ضرب دو

(۱۶) $\frac{۳د}{۲}$ کو $۲\frac{۱}{۲}$ مین ضرب دو

(۱۷) $\frac{۲د}{۲}$ کو $\frac{۲د}{۳}$ مین ضرب دو

(۱۸) $\frac{۲ - ۳د}{۴}$ کو $\frac{۴}{۵}$ مین ضرب دو

(۱۹) $\frac{۱}{۲د}$ کو $\frac{۲}{د}$ مین ضرب دو

(۲۰) $\frac{د}{۲} + \frac{د}{۲}$ کو ور $\frac{۱}{ور}$ مین ضرب دو

(۲۱) $\frac{۵د}{۲}$ کو ۵ پر تقسیم کرو

(۲۲) $\frac{۳د}{۴}$ کو ۵ پر تقسیم کرو

(۲۳) $\frac{۳د}{۱۲}$ کو ۶ پر تقسیم کرو

(۲۴) $\frac{۲۱د}{۴}$ کو ۷ح پر تقسیم کرو

(۲۵) $\frac{۲ م ن}{ع}$ کو ۲ن پر تقسیم کرو

(۲۶) $۲د - ۴د ر$ کو ۲د پر تقسیم کرو

(۲۷) $\frac{۳ح + ۶ح ن}{۱۲}$ کو ۳ح پر تقسیم کرو

(۲۸) $\frac{۵ د ر}{ص}$ کو $\frac{۲د}{}$ پر تقسیم کرو

(۲۹) $\frac{۲ ح س ط}{۳ ف}$ کو $\frac{ح ط}{س ف}$ پر تقسیم کرو (۳۸) $\frac{ح^۲ + ح د + د^۲}{ح^۲ - ح د + د^۲}$ کو $\frac{ح - د}{ح + د}$ مین ضرب دو

(۳۰) $- \frac{ح^۲ د ر}{۲ س ط ب}$ $- \frac{ح ر}{۴ د}$ پر تقسیم کرو (۳۹) $۲ + \frac{۱}{د}$ کو $۱ - \frac{۲}{د}$ پر تقسیم کرو

(۳۱) $د + \frac{۱}{د}$ کو $د + \frac{۱}{د}$ مین ضرب دو (۴۰) $\frac{۲}{ر} - \frac{د}{ر}$ کو $\frac{د}{۱ - د}$ پر تقسیم کرو

(۳۲) $\frac{م}{ب} + د$ کو $\frac{م}{ب} + \frac{۱}{د}$ مین ضرب دو (۴۱) $\frac{س - ۳ ح}{۲ ح س}$ کو $\frac{۲ ح - س}{۴ ح}$ پر تقسیم کرو

(۳۳) $\frac{۱}{۱ + د} + \frac{۱}{۱ - د}$ کو $\frac{۱}{۲}$ مین ضرب دو (۴۲) ۱ کو $۱ + \frac{د}{۴ - د}$ پر تقسیم کرو

(۳۴) $۱ - \frac{۲ ح}{۱ + ح}$ کو $۱ + \frac{۲ ح}{۱ - ح}$ مین ضرب دو (۴۳) $\frac{۱}{۲}$ کو $\frac{۱}{۲} - \frac{د}{۲}$ پر تقسیم کرو

(۳۵) $\frac{۱}{۲} + \frac{م - ۳}{۲}$ کو $\frac{۱}{۳} + \frac{م - ۲}{۳}$ مین ضرب دو (۴۴) $\frac{۱}{۱ + د}$ کو $۱ - \frac{۱}{۱ + د}$ پر تقسیم کرو

(۳۶) $\frac{ح}{س} + \frac{۱}{۲} \times \frac{س}{ح}$ کو $\frac{س}{ح} - \frac{۱}{۲} \times \frac{ح}{س}$ مین ضرب دو (۴۵) ح س کو $\frac{س^۲}{ح - د}$ پر تقسیم کرو

(۳۷) $\frac{ح^۲ - ح د}{س}$ کو $\frac{س^۲}{ح - د}$ مین ضرب دو (۴۶) $\frac{ح^۳ - د^۳}{ح^۳ + د^۳}$ کو $\frac{ح - د}{ح + د}$ پر تقسیم کرو

دفعہ ۱۴۱ جیسے ایک حرف ایک مقدار کے لیے فرض کیا جاتا ہے اور اوسپر جو عمل کرنا منظور ہوتا ہے اوسکی علامت اوس حرف کے ساتھ لکھتے ہین اوسیطرح دو یا زیادہ مقادیر مفردہ کی ایک مقدار مرکب کو یا دو یا زیادہ اجزا سے مضروب کی مقدار کو ایک کل مقدار فرض کرتے ہین اور اوسے

( ) { } [ ] ایسے خطوط وحدانی کے اندر لکھتے اور اوس مقدار کل پر جو عمل کرنا منظور ہوتا ہے اسکی علامت خطوط وحدانی کے ساتھ لکھہ دیتے ہین اور لفظ وحدانی سے ایک ہونا مراد ہے

مثلاً ح + (س — ط) اسکے یہہ معنی ہین کہ س — ط کو ح مین جمع کرنا ہے ح — (س — ط) کے یہہ معنی ہین کہ س — ط کو ح مین سے تفریق کرنا ہے ح × (س — ط) سے س — ط کو ح مین ضرب دینا مراد ہے (س — ط)^۲ سے س — ط کا مجذور کرنا مراد ہے

√(س — ط) سے س — ط کا جذر نکالنا مراد ہی

(ح س)^۲ سے ح مضروب س کا مجذور کرنا مراد ہے

خطوط وحدانی کے مٹانے سے مقدار کی مراد پلٹ جاتی ہی مثلاً س — ط کو ح بار ضرب دینا ہے تو ح × (س — ط) یون لکھینگے اگر خطوط وحدانی نہ لکھے جاوین اور ح × س — ط لکھا جاے تو یہہ برابر ہے ح س — ط کے اور ح × (س — ط) برابر ہے ح س — ح ط کے اسیطرح س — ط کا مجذور لکھنا ہوتا ہے

تو (س — ط)^۲ لکھینگے اور اگر اوسے خطوط وحدانی کے اندر نہ لکھین مثلاً س — ط^۲ لکھین تو اسکے معنی یہہ ہوے کہ س مین سے ط کا مجذور تفریق کرنا ہے اور (س — ط)^۲ کے معنی یہہ تھے کہ س — ط کل مقدار مرکب کا مجذور کرنا ہے اور یہہ س^۲ — ۲ س ط + ط^۲ کے برابر ہے

دفعہ ۴۲ بجاے (   ) ایسے خطوط وحدانی کی کل مقدار مرکب یا اوسکے اجزای مضروب پر فقط ایک لیبا — سیدھا خط

کھینچدیتے ہین مثلاً ح ــ $\overline{\text{س ــ ط}}$ اسکے وہی معنی ہوے جو ح ــ (س ــ ط) کے ہین $\sqrt{\overline{\text{س ــ ط}}}$ اسکے وہی معنی ہوے جو $\sqrt{(\text{س ــ ط})}$ کے ہین $\overline{\text{س ــ ط}}^{2}$ کے وہی معنی ہوے جو (س ــ ط)^{2} کے ہین اور یہ بھی یاد رکھو کہ کسر کے شمارکنندہ اور نسب نما دونون کے درمیان جو خط سیدھا کھنچا رہتا ہے اوسے شمارکنندہ اور نسب نما دونون کا خط وحدانی سمجھنا چاہیے

مثلاً $\frac{\text{س ــ ط}}{\text{ح}}$ ہو اس سے جو مراد ہے وہی $\overline{\text{س ــ ط}}$ ÷ ح یا (س ــ ط) ÷ ح سے مراد ہے اور $\frac{\text{ح ــ س}}{\text{ط ــ ع}}$ سے جو مراد ہے وہی $\overline{\text{ح ــ س}}$ ÷ $\overline{\text{ط ــ ع}}$ یا (ح ــ س) ÷ (ط ــ ع) سے یہی مراد ہے

دفعہ ۳۴ خطوط وحدانی کے ساتھہ جس عمل کی علامت لکھی ہو اوس عمل کے پورے ہو جانے کے بعد خطوط وحدانی کو دور کرو مثلاً ح + [س ــ ط] اس مثال مین خطوط وحدانی فقط اس مراد سے لکھا گیا ہے کہ س ــ ط کل مقدار مرکب کو ح مین جمع کرنا ہے اسلیے جمع کے عمل کی علامت خط وحدانی کے داہنی طرف لکھی ہے اور جب دونون مقادیر جمع ہو جاوین تب خطوط وحدانی کا لکھنا کچھہ ضرور نہین ہے اسیطرح ح ــ (س ــ ط) مین خط وحدانی کے داہنی طرف جو علامت واقع ہے اوس سے مراد ہے کہ س ــ ط

کل مقدار کو ح مین سے تفریق کرنا ہے اور بعد تفریق کرنے کے
خطوط و حدانی کو مٹا دو

۱۴ دفعہ کی پہلی مثال

بموجب ۱۵ دفعہ کے س — ط اور ح کو جمع کرنا یہی
ہے کہ اونکو مع اپنی اپنی علامت کے ایک سیدھ مین
لکھو ح + س — ط

پہلا قاعدہ

اسلیے جب واسطے جمع کے خط وحدانی آتا ہے یعنی اوسکے
داہنی طرف + علامت جمع ہوتی ہے تو خط وحدانی رکھنے کی احتیاج نہین ہے

۱۴ دفعہ دوسری مثال

بموجب ۱۸ دفعہ کے جب ایک مقدار کو دوسری مقدار مین سے
تفریق کرتے ہین تب جس مقدار کو گھٹاتے ہین اوسکے سب مقادیر
مفردہ کی علامات بدل دیتے ہین یعنی + کی جگہہ — لکھدیتے ہین اور
— کی جگہہ + لکھدیتے ہین اور پھر بموجب قاعدہ جمع کی جمع کرتے ہین
مثلاً س — ط کو ح مین سے گھٹانا ہوتا ہے تو بجای س — ط
کے — س + ط لکھکر اسی ح مین جمع کردینگے چنانچہ ح — س + ط
حاصل جمع ہوگا

دوسرا قاعدہ

اسلیے بموجب ۱۵ دفعہ کے جب خط وحدانی کے داہنی طرف — ہو تو خط وحدانی کے تلے جو علامات ہون اونکو بدال دو یعنی + کے بجاے — لکھو اور — کی بجاے + لکھو بعد ازان خطوط وحدانی کو مٹا دو

اسی قاعدے کی مثال عددون مین لکھتے ہین مثلاً ۸ — (۶ — ۳) اسکے یہہ معنی ہوے کہ ۶ مین سے ۳ تفریق کرکے باقی کو ۸ مین سے تفریق کرنا ہے تو ۶ — ۳ = ۳

اور ۸ — ۳ = ۵ یہی جواب ہوا

اگر خطوط وحدانی نہ کھینچے جاوین اور مثال مذکورہ اسطرح ۸ — ۶ — ۳ لکھی جاوے تو اسکے یہہ معنی ہونگے کہ ۸ مین سے ۶ تفریق کرکے حاصل تفریق مین سے ۳ تفریق کرو اسکا — ۱ جواب ہوگا اسلیے خطوط وحدانی کے مٹانے کے پیشتر اونکے اندر جو مقادیر ہوتی ہین اونکی علامت بدل دیتے ہین مثلاً ۸ — (۶ — ۳) = ۸ — ۶ + ۳ = ۵

مگر جب ضرب وقسمت اور صعود ونزول مین سے کسی عمل کی علامت خطوط وحدانی کے ساتھہ لگی ہو تو جب تک وہ عمل پورا نہ ہو تب تک خطوط وحدانی کو مت مٹاؤ

خطوط وحدانی سے کبھی دو معنی بھی نکلتے ہین مثلاً $ح^2 - (ح - س)^2$

یا $ح^2 - ح - س^2$ یہان خطوط وحدانی سے ایک یہہ معنی نکلے

کہ ح — س کل مقدار کا مجذور کرنا ہے اور دوسرے یہہ کہ جب

اوسکا مجذور نکل آوے تو اوس مجذور کی کل مقادیر مفرد کو ح^۲ مین

سے تفریق کرنا ہے جب دونون عمل پورے ہو جاوین تب خطوط

وحدانی کو مٹا دو

امثال

(۱) ح + (ح — س) کا اختصار کرو

ح + (ح — س) = ح + ح — س بموجب قاعدے پہلے کے

= ۲ح — س

(۲) ح + س + (ح — س) کا اختصار کرو

ح + س + (ح — س) = ح + س + ح — س بموجب قاعدے پہلے کے

= ۲ح

(۳) ح — (ح — س) کا اختصار کرو

ح — (ح — س) = ح — ح + س بموجب دوسرے قاعدے کے

= س

(۴) ح + س — (ح — س) کا اختصار کرو

ح + س — (ح — س) = ح + س — ح + س بموجب دوسری قاعدے کے

= ۲س

(۵) ح ط — $\overline{\text{ح — س}}$ × ط کا اختصار کرو

ح ط — $\overline{\text{ح — س}}$ × ط = ح ط — $\overline{\text{ح ط — س ط}}$

= ح ط — ح ط + س ط بموجب دوسری قاعدے کے

= س ط

(۶) $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ — $\frac{\text{ح — س}}{\text{س}}$ کا اختصار کرو

$\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ — $\frac{\text{ح — س}}{\text{س}}$ = $\frac{\text{ح — }\overline{\text{ح — س}}}{\text{س}}$ بموجب ۳۶ دفعہ کے

= $\frac{\text{ح — ح + س}}{\text{س}}$

= $\frac{\text{س}}{\text{س}}$

= ۱

(۷) ۱ + $\frac{\text{ح + د}}{\text{ح — د}}$ اسکا اختصار کرو

۱ + $\frac{\text{ح + د}}{\text{ح — د}}$ = $\frac{\text{ح — د}}{\text{ح — د}}$ + $\frac{\text{ح + د}}{\text{ح — د}}$

= $\frac{\text{ح — د + ح + د}}{\text{ح — د}}$ بموجب ۳۵ دفعہ کے

= $\frac{\text{۲ح}}{\text{ح — د}}$

(٨) $١ - \frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{ح} + \text{د}}$ کا اختصار کرو

$$١ - \frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{ح} + \text{د}} = \frac{\text{ح} + \text{د}}{\text{ح} + \text{د}} - \frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{ح} + \text{د}}$$

$= \frac{\text{ح} + \text{د} - \overline{\text{ح} - \text{د}}}{\text{ح} + \text{د}}$ بموجب ٣٦ دفعہ کے

$= \frac{\text{ح} + \text{د} - \text{ح} + \text{د}}{\text{ح} + \text{د}}$ بموجب دوسری قاعدہ کے

$$= \frac{٢\text{د}}{\text{ح} + \text{د}}$$

(٩) $\text{ح} - \frac{\text{ح} - \text{س}}{٢}$ کو ٢ مین ضرب دو

$٢ \times \left(\text{ح} - \frac{\text{ح} - \text{س}}{٢}\right) = ٢\text{ح} - ٢ \times \frac{\text{ح} - \text{س}}{٢}$ یہی حاصل ضرب ہوا

خطوط وحدانی کو دور کیا

$$= ٢\text{ح} - \frac{\text{ح} - \text{س}}{١}$$

$$= ٢\text{ح} - \overline{\text{ح} - \text{س}}$$

$= ٢\text{ح} - \text{ح} + \text{س}$ دوسری قاعدہ کے موافق

$$= \text{ح} + \text{س}$$

(١٠) $\frac{\text{د}}{٢} - \frac{\text{د} - ٦}{\text{ه}}$ کو ١٠ مین ضرب دو

حاصل ضرب = ۱۰ × د/۲ — ۱۰ × (د — ۶)/۵ ۲۱ دفعہ سے کے موافق

= ۱۰د/۲ — ۱۰(د — ۶)/۵ ۳۷ دفعہ کے موافق

= ۵د — ۲ (د — ۶)

= ۵د — (۲د — ۱۲)

= ۵د — ۲د + ۱۲ بموجب دوسرے قاعدے کے

= ۳د + ۱۲

(۱۱) (ح + س)^2 — (ح — س)^2 کا اختصار کرو

(ح + س)^2 — (ح — س)^2 = (ح^2 + ۲ح س + س^2) — (ح^2 — ۲ح س + س^2)

= ح^2 + ۲ح س + س^2 — ح^2 + ۲ح س — س^2

پہلے اور دوسرے قاعدے کے موافق

= ۴ح س

(۱۲) (ح^2 — (س — ط)^2) / ((ح + س)^2 — ط^2)

شمار کنندہ = (ح + س — ط)(ح — س — ط)

= (ح + س — ط)(ح — س + ط)

نسب نما = (ح + س + ط)(ح + س — ط)

= (ح + س + ط)(ح + س — ط)

٫٫ کسر = (ح + س — ط)(ح — س + ط) / (ح + س + ط)(ح + س — ط) = (ح — س + ط) / (ح + س + ط)

جب کہ ایک حرف یا عدد اور خطوط وحدانی کے بیچمین کوئی علامت نہو تو سمجھو کہ اونکے بیچ مین سے × یہہ علامت محذوف ہے اور خطوط وحدانی کے اندر کی ہر ایک مقدار مفردہ اوس حرف یا عدد مین ضرب دی جاوے گی

مثلاً ٤ (ح + د) سے ح اور د کا حاصل جمع ٤ گنا سمجھو

٣ (ح + س — ط) سے یہہ سمجھو کہ ح اور س کے حاصل جمع مین سے ط کو گھٹا کر جو باقی رہے ٣ گنا ہے

٥ (ح/س + ط/ع) اسکے یہہ معنی ہوے کہ ح/س اور ط/ع ان دونوںکا حاصل جمع ٥ گنا ہے

اسیطرح (ح + س) (ط + ع) اسکے یہہ معنی ہوے کہ ح + س مین ط + ع کو ضرب دینا ہے

١١ سوالات

(١) ح س + ح (ط — س) اسکا اختصار کرو (٦) (ح — د)/٢ — (د — ح)/١ ایضاً

(٢) ٤ (١ — د) + ٣ د اسکا ایضاً (٧) ١/٢ (ح + س) — ١/٢ (ح — س) ایضاً

(٣) ٢ (ح + د) — ٢ (ح — د) ایضاً (٨) (ح + ٧) د^٢ + (س — ٧) د^٢ ایضاً

(٤) ٢ (ح + س) (ح — س) ایضاً (٩) ٢ — (— ٣ + ٥ د) ایضاً

(٥) ٥ (١ — د) + (١ + ٥ د) × ٢ ایضاً (١٠) ١ — ١ — ١ — د ایضاً

(١١) (٦ح ـ س + ط) ـ (ح ـ س ـ ٢ط) ایضاً

(١٢) ½ (ح ـ د) (٢ح + د) + ½ د (ح + د) ایضاً

(١٣) (١ + د) (١ ـ د) (١ + د²) ایضاً

(١٤) ٢ (د² ـ ¼) ÷ (٢د + ١) + ½ ایضاً

(١٥) ½ (ح/س + ط/ف) + ½ (ح/س ـ ط/ف) ایضاً

(١٦) [ح (ح + س) + س²] / ح ÷ [س (ح + س) + ح] / س ایضاً

(١٧) ٤ × [٣ / ٨ (١ ـ د)] + [١ / ٨ (١ + د)] ایضاً

(١٨) ٢د (٢د ـ ح) / (ح ـ ٢د)² + ح / (ح ـ ٢د)

(١٩) ⅔ د (د + ١) [د + ٢ ـ ½ (٢د + ١)]

(٢٠) د [١ ـ ١ ـ د²] د (٢ + د)

مساوات درجہ اول

دفعہ ٤٤ اگر ہم کہین کہ ٣+٢ = ٥ یا ٢ × {١ + ٥} = ١٢ تو
= اس علامت کے دونون طرف جو مقادیر ہین اونکے مساوی ہونے
مین کچھ شک نہین ہے اس باعث سے ایسی مساوات مین دلیل کی کچھ

حاجت نہین رہتی ہے ایسے ہی ۲ د + ۳ د = ۵ د یا ۲ (ح + د)
= ۲ ح + ۲ د تو = اس علامت کے دونون طرف جو مقادیر ہین انکے
مساوی ہونے مین بھی کچھ شبہہ نہین ہے کسواسطے کہ ہمکو بخوبی معلوم
ہے کہ بجاے د کے چاہو جو مقدار فرض کرو ہر صورت مین مقدار
۲ د + ۳ د بیشک برابر ہوگی مقدار ۵ د کے جاننا چاہیے کہ ایسی
مساوات کو

مساوات متشابہ یا معادلہ متشابہ کہتے ہین

اگر ہم کہین کہ ذ + ۴ = ۶ یا ۲ (۱ + ذ) = ۷ تو ایسی مساوات مین
مقدار د کے بجاے معین عدد فرض کرنے سے مساوات مین فرق
نہین آسکتا ہے اور ایسی مساوات کو مساوات یا معادلہ کہتے ہین
اور ایسی مساوات مین مقدار د مجہول کی قیمت جس عمل سے دریافت
ہوتی ہے اوسکو حل کرنا بولتے ہین اور جب مقدار مجہول کی قیمت
کو بجاے اوس مقدار کے لاکھکر مساوات کی صداقت دکھلاتے ہین
تو اس عمل کو **مقابلہ کرنا** کہتے ہین

ذ + ۴ = ۶ اس مساوات مین د کی قیمت تبلاؤ

اس مساوات مین ہم دیکھتے ہین کہ د کو ۴ مین جمع کیا تو ۶ حاصل جمع ہوتا ہے
اس باعث سے ضرور د = ۲

۲ (ا + د) = ۱۴ اس مساوات مین د کی قیمت دریافت کرو اس
سوال مین ہم دیکھتے ہین کہ دوگنا (ا + د) برابر ہے ۱۴ کے اس باعث سے
مقدار ا + د ضرور برابر ہوگی ۷ کے اور فقط د برابر ہوگی ۶ کے
اسطرح کے سوالون مین مقدار مجہول کی قیمت کا نکالنا مشکل نہین ہے
مگر بے شمار سوالات اس طرح کے ہین کہ اونمین مقدار مجہول
اولجھی رہتی ہے ایسے سوالون مین مقدار مجہول کی قیمت دریافت
کرنے کے لیے جبر و مقابلے کا کام پڑتا ہے اس مراد سے چند
قاعدے لکھتے ہین اور اونکی صداقت علوم متعارفہ ذیل سے
پائی جاتی ہے

علوم متعارفہ

اگر مقادیر مساوی پر یکسان عمل کیے جاوین تو اونکے حاصل بھی مساوی
ہونگے

پہلا قاعدہ

دفعہ ۵۴ اگر = اس علامت کے دونون طرف ایک ہی مقدار
ہوون اور اونکی علامت بھی یکسان ہووے مثلاً دونون کی علامت
+ ہو یا − ہو تو ایسی مقدار کو دونون طرف سے دور کردو اور اسکو
عمل ترفیع کہتے ہین اور لفظ ترفیع کے معنی ہین دور کرنا اور جیسے

ظاہر ہے کہ اگر برابر مقادیر مین سے برابر مقادیر منہا کی جاوین تو باقی مقادیر بھی برابر رہینگی مثلاً د + ۴ = ۵ + ۴ تو د = ۵ اس علامت کے دونون طرف ۴ عدد یکسان ہے اور اوسکی علامت بھی دونون طرف + ہے اوس سے خارج کیا تو د = ۵

دوسرا اتمام

دفعہ ۱۰۴ مساوات مین جب ایک طرف یا جملہ سے کسی مقدار مفرد کو دوسری طرف رکھو تو اوسکی علامت بدل دو یعنی اوسکی علامت + ہو تو بجاے اوسکے − رکھو اگر − ہو تو + رکھو اسے **عمل انتقال** بولتے ہین مثلاً ح و + س = ط د + ف اس مساوات کے دونون طرف کی مقادیر مساوی مین سے ط د کو گھٹایا تو حاصل تفریق بھی مساوی ہونگے یعنی

∴ ح و − ط د + س = ف ∵ ط د − ط د = ۰

اسیطرح سے = علامت کے ایک طرف سے ط د کو اوسکی علامت بدل کر دوسری طرف رکھدیا

پھر ہر ایک طرف مین سے س کو گھٹایا تو

ح و − ط د + س − س = ف − س

یا ح و − ط د = ف − س ∵ س − س = ۰

یعنی مقدار س کو ایک طرف سے لیکر دوسری طرف مین اوسکی علامت بدل کر رکھدیا

مثال

(۱) د + ۲ = ۶ — د اس مساوات کے ایک جملہ مین حرف لکھو دوسرے مین عدد تو بجاے — د کے + د لکھا اور بجاے + ۲ کے — ۲ ∴ د + د = ۶ — ۲

(۲) ۴ د — ۶ = ۳ د — ۲ د + ۱۲ اس مساوات کے ایک جملے مین حرف لکھدو اور دوسرے مین عدد

۴ د — ۳ د + ۲ د = ۱۲ + ۶

تیسرا قاعدہ

دفعہ ۷۴ اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ایک ہی مقدار مین ضرب دین تو بھی مساوات بنی رہیگی کیونکہ یہہ ظاہر ہے کہ جب ہم ہر ایک مقدار مین ضرب دیتے ہین تو ہر ایک جملے کی کل مقدار مذکور مین ضرب ہو جاتی ہے اس سبب سے حاصل ضرب برابر ہوتے ہین اس قاعدہ سے اگر مساوات مین کسر ہوں تو اوسکے نسب نما دور ہو جاتے ہین اور اسے عمل اخراج کسر کہتے ہین مثلاً

۱۴ دفعہ

۷د − ۶ = ۵د/۳ اس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۳

مین ضرب دیا تو ۲۱د − ۱۸ = ۵د

کیونکہ ۳ × ۵د/۳ = ۵د

د/۲ + ۵ = د/۳ + ۶ اس مساوات مین جو کسر ہین اونکے نسب نماؤن کو

دور کرو اس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ مین ضرب دیا تو

د + ۱۰ = ۲د/۳ + ۱۲ اس مساوات مین اب ایک کسر باقی رہگئی

اسلیے اوسکی ہر ایک مقدار مفرد کو کسر کے نسب نما ۳ مین ضرب دیا

تو ۳د + ۳۰ = ۲د + ۳۶ اس مساوات مین اب کوئی کسر

نرہی اسیطرح اگر دو سے زیادہ کسور ہون تو اونکے نسب نما

درجہ بدرجہ دور ہوسکتے ہین

مگر جو کسرون کے نسب نماؤن کی مقادیر بڑی ہون تو اون سب کے

حاصل ضرب مین مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ضرب دو

مثلاً د/۲ + ۵ = د/۳ + ۶ اس مساوات کی ہر ایک مقدار مفردہ کو

۲ × ۳ یعنی ۶ مین ضرب دیا تو

۳د + ۳۰ = ۲د + ۳۶ کسواسطے کہ ۶ × د/۲ = ۳د اور

۶ × د/۳ = ۲د اسیطرح اگر د/۲ − ۲د/۳ + د/۵ = ۶ تو اس

مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ × ۳ × ۵ یعنی ۳۰ مین ضرب دیا تو

۱۵و − ۲۰و + ۶و = ۱۸۰

کیونکہ ۳۰ × و/۲ = ۱۵و

۳۰ × ۲و/۳ = ۲۰و اور ۳۰ × و/۵ = ۶و

مگر سب کسرون کے نسب نماؤن کے حاصلضرب سے ضرب کرنے کی بجاے اونکے ذو اضعاف اقل یعنی اوس چھوٹی مقدار سے جو ہر ایک نسب نما پر پوری تقسیم ہو جاوے ضرب کیا جاوے تو آسان ہوگا

مثلاً و/۲ − و/۴ + و/۸ = ۳و اسمین نسب نماؤن کا حاصل ضرب ۶۴ ہے مگر اونکا ذو اضعاف اقل ۸ ہے اسلیے نسب نماؤن کے دور کرنے کے لیے مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۸ مین ضرب دیا

∵ ۸ × و/۲ = ۴و، ۸ × و/۴ = ۲و، ۸ × و/۸ = و

∴ ۴و − ۲و + و = ۲۴و اس مساوات مین اب کوئی مقدار جسمین کسر ہو نہین ہے

چوتھا قاعدہ

دفعہ ۸۴ اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کسی ایک مقدار پر تقسیم ہو جاوے تو بھی مساوات بنی رہیگی

کیونکہ جب ہم مساوات کے دونون جملون کی کل مقادیر مساوی کی ہر ایک مقدار مفرد کو ایک مقدار پر تقسیم کرتے ہین تو اون دونون جملون

۲۲۵ و ۲۲۶

کی کل مقادیر بھی اوس مقدار پر تقسیم ہو جاتی ہین اور اس باعث سے
خارج قسمت بھی برابر ہوتے ہین مثلاً ۴ د — ۲ د = ۱۶ اس مساوات
مین ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ پر تقسیم کیا تو ۲ د — د = ۸
اسیطرح اگر ۷ د = ۲۸ اس مساوات مین ہر ایک مقدار مفرد کو
۷ پر تقسیم کیا تو $\frac{۷ د}{۷}$ = $\frac{۲۸}{۷}$ یعنی د = ۴
ح د = س اس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ح پر تقسیم
کیا تو $\frac{ح د}{ح}$ = $\frac{س}{ح}$ یعنی د = $\frac{س}{ح}$
جبکہ مساوات مین مقدار مجہول پہلی قوت رکھتی ہو مثلاً د اور اوسکی
بڑی قوت نہو مثلاً د۲ د۳ وغیرہ تو ایسی مساوات کو مساوات
درجۂ اول یا مفردات کہتے ہین
اول درجہ کی مساوات مین مقدار مجہول کی قیمت چار قاعدون
مذکورۂ بالا پر عمل کرنے سے دریافت ہو جاتی ہے

اول درجہ کی مساوات مین مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۹۴ (۱) اگر مساوات مین کسور ہون اور اون مین
مقدار مجہول مشتمل ہو تو اون کسرون کے نسب نماؤنکو بموجب
تیسرے قاعدے کے دور کرو

(۲) اگر مساوات مین کوئی مقدار خط وحدانی کے تلے لکھی ہو تو
بموجب ۳۴ دفعہ کے اوس خط وحدانی کو مٹا دو

(۳) بموجب دوسرے قاعدے کے مساوات کی جن مقادیر
مفرد مین مقدار مجہول مشتمل ہو اُنکو علامت مساوات کے ایک
طرف لے آؤ اور مقادیر معلومہ کو اوسکے دوسری طرف لکھو

(۴) اگر مقادیر متماثلہ ہون تو اونکا حاصل جمع دریافت کرو اس
عمل کے کرنے سے فقط ایک مقدار مفرد مین مقدار مجہول
رہجاویگی اوسی مقدار کے سر پر مساوات کی ہر ایک مقدار مفردہ
کو تقسیم کرنے سے مقدار مجہولہ کی قیمت دریافت ہو جاویگی

اگر مساوات کے دونون جملون مین ایک سی مقادیر ہون اور اونکی
علامت بھی یکسان ہون تو اونکو بموجب پہلے قاعدے کے خارج کرو
یا اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کسی اور مقدار پر پوری تقسیم ہو جاوے
تو خارج قسمتون کو بجاے مقادیر مذکور کے لکھو

مثالین

(۱) ۲د − ۳ = د/۲ + ۶ اس مساوات مین مقدار مجہول
کی قیمت دریافت کرو د/۲ کسر ہے اسلیے اس مساوات مین
کسر نہ رکھنے کے لیے ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ مین ضرب دیا تو

۴د — ۶ = د + ۱۲ ∴ ۲ × د/۲ = د

عمل انتقال سے   ۴د — د = ۱۲ + ۶

جمع کے عمل سے   ۳د = ۱۸

۳ پر تقسیم کرنے سے   د = ۱۸/۳ = ۶ یہی مقدار مجہول کی قیمت
ہے اس قیمت کے امتحان کرنے کے لیے مساوات بالا مین مقدار
د کی بجاے ۶ لکھا ہے

۲ × ۶ — ۳ = ۶/۲ + ۶ یا ۱۲ — ۳ = ۳ + ۶ یا ۹ = ۹ اس سے
معلوم ہوتا ہے کہ اگر د برابر ہو ۶ کے تو مساوات یہی درست ہے

(۲) د/۲ — ۵ = د/۳ — ۳ اس مساوات کی مقدار د مجہول کی قیمت
دریافت کرو   د/۲ اور د/۳ یے دو کسر ہین اسلیے مساوات
مین کسر نہ رکھنے کے لیے بموجب تیسرے قاعدے کے
مساوات کی مقدار مفرد کو ۲ × ۳ یعنی ۶ مین ضرب دیا تو

۳د — ۳۰ = ۲د — ۱۸ ∴ ۶ × د/۲ = ۳د اور ۶ × د/۳ = ۲د

منتقل کرنے سے ۳د — ۲د = ۳۰ — ۱۸

جمع کرنے سے   د = ۱۲ ∴ ۳د — ۲د = ۱د یا د کے
د کی ۱۲ قیمت صحیح ہے کیونکہ ۱۲/۲ — ۵ = ۶ — ۵ = ۱

اور ۱۲/۳ — ۳ = ۴ — ۳ = ۱

(۳) (د−۶)/۲ + ۶ = (۵د−۶)/۲ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ

مساوات کے ہر ایک جملہ کو ۲ مین ضرب دیا تو د−۶+۱۲=۵د−۶

−۶ کو خارج کیا تو د+۱۲=۵د

منتقل کرنے سے ۱۲=۵د−د

جمع کرنے سے ۱۲=۴د

۴ پر تقسیم کرنے سے ۳=د یا د=۳

(۴) د/۲ − ۵د/۳ − ۴/۳ = ۴د/۳ − ۳ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ

مساوات کے ہر ایک جملے کو ۲×۳ یعنی ۶ مین ضرب کرنے سے

۳د−۱۰د−۸=۸د−۱۸

منتقل کرنے سے ۳د−۱۰د−۸د=۸−۱۸

جمع کرنے سے −۱۵د=−۱۰

−۱۵ پر تقسیم کرنے سے د=۱۰/۱۵=۲/۳

(۵) د/۳ − د/۲ + د/۵ = ۱/۲ اس مساوات مین مقدار مجہولہ د کی قیمت بتلاؤ ۲×۳×۵ یعنی ۳۰ مین مساوات کے ہر ایک جملے کو ضرب دیا تو: ۳۰×د/۳=۱۰د، ۳۰×د/۲=۱۵د اور ۳۰×د/۵=۶د

∴ ۱۰د−۱۵د+۶د=۱۵

جمع کرنے سے د=۱۵

(۶) $\frac{۴و}{۳} - \frac{۲و}{۱۰} + \frac{و}{۶} = ۳۹$ اس مساوات مین مقدار مجہول و کی قیمت دریافت کرو ۳ ، ۱۰ اور ۶ کا ذواضعاف اقل ۳۰ ہے اسلیے نسب نماؤن کے دور کرنے کے لیے مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۳۰ مین ضرب دیا تو

∴ $\frac{۴و}{۳} \times ۳۰ = ۱۰ \times ۴و = ۴۰و$

$\frac{۲و}{۱۰} \times ۳۰ = ۶و$ ، $\frac{و}{۶} \times ۳۰ = ۵و$ اور $۳۹ \times ۳۰ = ۱۱۷۰$

∴ $۴۰و - ۶و + ۵و = ۱۱۷۰$

جمع کرنے سے $۳۹و = ۱۱۷۰$

۳۹ پر تقسیم کرنے سے $و = \frac{۱۱۷۰}{۳۹} = ۳۰$

۱۲ سوالات

جو مساوات ذیل مین مندرج ہین اونمین مقدار مجہولہ و کی قیمت دریافت کرو

(۱) ۶و − ۱۰ = ۵و − ۴

(۲) ۱۳و + ۱ = ۹و + ۵

(۳) ۳و + ۳۰ = ۲و + ۳۶

(۴) ۴و − ۲و = ۲۴ − و

(۵) ۷و − ۱۱ + ۵ = ۸و − ۹

(۶) ۱۵ − ۲و + ۶ = ۳و + ۱

(۷) ۳و − ۶ = ۱۲ − ۳و − ۴

(۸) ۱۲ − ۸و = ۱۵ − ۳و − ۳

(۹) ۱۲۱ = ۱۴و + ۱ − ۳و + ۱۰

(۱۰) ۵۰۰ = ۳۰و + ۱۲ + ۳۲و − ۸

(۱۱) ۷و − ۲و + ۵ = ۱۳و − ۴و − ۵

(۱۲) ۱۲و − ۶و + ۴و = ۳و + ۸۴

(۱۳) $۲و + \frac{۱}{۲} = ۳و - \frac{۱}{۲}$

(۱۴) $۱۵و - ۳\frac{۱}{۲} = ۳\frac{۱}{۲} + و$

(۱۵) $و + \frac{و}{۲} = ۶$

(۱۶) $۲و - \frac{و}{۰} = ۱۸$

(۱۷) $۳و + \frac{و}{۳} = ۴و - ۶$

(۱۸) $\frac{۳و}{۲} + \frac{۲}{۴} = و + ۳$

(۱۹) $\frac{۳و}{۵} - \frac{و}{۳} = و - ۶$

(۲۰) $\frac{و}{۳} + \frac{و}{۶} = ۱۵$

(۲۱) $\frac{و}{۵} - \frac{و}{۱۰} = \frac{۱}{۲}$

(۲۲) $و - \frac{و}{۲} + \frac{و}{۳} - \frac{۲و}{۳} = ۳\frac{۱}{۲}$

(۲۳) $\frac{۲و}{۷} + \frac{و}{۶} - \frac{۱}{۶} = و - ۴$

(۲۴) $\frac{۳و}{۷} - ۱ = \frac{۱}{۵} + \frac{۳}{۵}$

(۲۵) $\frac{و}{۲} - \frac{و}{۳} - \frac{و}{۴} + \frac{و}{۶} = \frac{۳}{۴}$

(۲۶) $\frac{۳و}{۲} - \frac{۲و}{۳} + \frac{۱}{۲} = \frac{و}{۶} + ۹\frac{۵}{۶}$

(۲۷) $\frac{و}{۵} + \frac{و}{۴} + \frac{و}{۳} - \frac{و}{۲} = ۱۷$

(۲۸) $و - \frac{و}{۹} - \frac{و}{۱۲} - \frac{و}{۷} = \frac{و}{۲} + ۹$

(۲۹) $\frac{۳و}{۱۴} - \frac{۲و}{۲۱} + \frac{۱}{۳} = \frac{و}{۴} - ۴\frac{۱}{۴}$

(۳۰) $\frac{۳و}{۷} - \frac{و}{۴} - \frac{و}{۶} = \frac{۵}{۲۱} - \frac{و}{۲۸}$

(۳۱) $۲و - \frac{۲و}{۵} - ۲\frac{۱}{۵} - \frac{۴و}{۱۱} = \frac{۸و}{۷} - \frac{۶}{۱۱}$

(۳۲) $\frac{و}{۸} + \frac{۲و}{۵} = \frac{۷و}{۱۵} - \frac{و}{۶۰} + \frac{۳}{۲۰}$

(۳۳) $\frac{۷و}{۸} - \frac{۳و}{۷} + ۱\frac{۱}{۸} = \frac{۹و}{۴} + \frac{۹و}{۱۴} - ۲۰\frac{۲۵}{۲۸}$

(۳۴) $\frac{۳و}{۱۶} + \frac{۷و}{۱۵} - \frac{۷و}{۲۰} = ۲\frac{۱۹}{۶۰} - \frac{۳}{۱۶}$

(۳۵) $\frac{۱۴و}{۳} - \frac{۸و}{۵} = ۱۰\frac{۱}{۳} \; \frac{۲و}{۲\frac{۱}{۲}} - ۳\frac{۲}{۵}$

(۳۶) $\frac{و}{۴} - ۴\frac{۱}{۲} + \frac{و}{۵\frac{۱}{۲}} + \frac{و}{۲} = \frac{۱۶\frac{۱}{۴}}{۵\frac{۱}{۲}}$

دفعہ ۵۰ اگر مساوات مین خطوط وحدانی ہون تو اونھین بموجب ۴۳ دفعہ کے دور کرو

مثالین

(۱) $۲(و + ۵) + ۳(۲و - ۷) = ۲۱$ اس مساوات مین مقدار مجہول و کی قیمت دریافت کرو پہلے خطوط وحدانی کے اندر کی

مقدار کے یہہ معنی ہین کہ مقدار د + ۵ دوگنی ہے اور دوسرے خطوط
وحدانی کے اندر کی مقدار سے یہہ سمجھو کہ ۳ گنی ۲ د — ۷ مقدار کو
جمع کرنا ہے اسلیے ضرب دینے کے بعد خطوط وحدانی کو دور کیا تو

∵ ۲ (د+۵) = ۲ د+۱۰ اور ۳ (۲ د — ۷) = ۶ د — ۲۱

∴ ۲ د+۱۰+۶ د — ۲۱ = ۲۱

منتقل کرنے سے ۲ د+۶ د = ۲۱+۲۱ — ۱۰

جمع کرنے سے ۸ د = ۳۲

۸ پر تقسیم کرنے سے د = ۳۲/۸ = ۴

(۲) ۲ (د+۵) — ۳ (۲ د — ۷) = ۱۵ اس مساوات مین مقدار
د کی قیمت بتلاؤ

∵ ۲ (د+۵) = ۲ د+۱۰ اور ۳ (۲ د — ۷) = ۶ د — ۲۱

∴ ۲ د+۱۰ — (۶ د — ۲۱) = ۱۵

یا بموجب ۳۴ دفعہ کے ۲ د+۱۰ — ۶ د+۲۱ = ۱۵

منتقل کرنے سے ۲ د — ۶ د = ۱۵ — ۱۰ — ۲۱

جمع کرنے سے — ۴ د = — ۱۶

— ۴ پر تقسیم کرنے سے د = —۱۶/—۴ = ۴

(۳) ۵ — (د+۳)/۱۱ = د — ۳ اس مساوات مین مقدار مجہول د کی قیمت بتلاؤ

پیشتر یہہ بیان ہوچکا ہے کہ شمارکنندہ اور نسب نما کے درمیان مین جو خط کھنچا رہتا ہے وہ شمارکنندہ اور نسب نما دونون کا خط وحدانی ہوتا ہے مساوات کی ہرایک مقدار مفرد کو ۱۱ مین ضرب کیا تو

۵۵ — (د + ۴) = ۱۱ د — ۳۳

بموجب ۳۴ دفعہ کے ۵۵ — د — ۴ = ۱۱ د — ۳۳

منتقل کرنے سے ۵۵ — ۴ + ۳۳ = ۱۱ د + د

جمع کرنے سے ۸۴ = ۱۲ د

۱۲ پر تقسیم کرنے سے د = ۸۴/۱۲ = ۷

(۴) د + (۳ د — ۵)/۲ = ۱۲ — (۲ د — ۴)/۳ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت دریافت کرو۔ اخراج کسر کے لیے ہرایک مقدار مفرد کو ۲×۳ یعنی ۶ مین ضرب دیا تو

۶ د + ۳ (۳ د — ۵) = ۷۲ — ۲ (۲ د — ۴)

یعنی ۶ د + (۹ د — ۱۵) = ۷۲ — (۴ د — ۸)

۳۴ دفعہ کے بموجب ۶ د + ۹ د — ۱۵ = ۷۲ — ۴ د + ۸

منتقل کرنے سے ۶ د + ۹ د + ۴ د = ۷۲ + ۸ + ۱۵

جمع کرنے سے ۱۹ د = ۹۵

۱۹ پر تقسیم کرنے سے د = ۹۵/۱۹ = ۵

(۵) $\frac{8-7x}{8} + \frac{12+9x}{16} = \frac{1-3x}{10} - \frac{29+8x}{20}$ اس مساوات میں مقدار دکی قیمت بتلاؤ

نسب نماؤں کا ذو اضعاف اقل ۸۰ ہے اسلیے ہر ایک عدد مفرد کو ۸۰ میں

ضرب دیا تو $10(8-7x) + 5(12+9x) = 8(1-3x) - 4(29+8x)$

یا $80 - 70x + 60 + 45x = 8 - 24x - 116 - 32x$

منتقل کرنے سے $24x + 32x - 70x + 45x = 8 - 116 - 60 - 80$

جمع کرنے سے $31x = -248$

۳۱ پر تقسیم کرنے سے $x = \frac{-248}{31} = -8$

(۶) $\frac{1}{12}(3x + \frac{2}{3}) - \frac{1}{6}(4x - \frac{2}{3}6) = \frac{1}{4}(5x - 6)$ اس مساوات میں مقدار دکی قیمت بتلاؤ

۴ امیں ضرب دینے سے $3x + \frac{2}{3} - 2(4x - \frac{2}{3}6) = 7(5x - 6)$

یا $3x + \frac{2}{3} - (8x - \frac{4}{3}12) = 7(5x - 6)$

$\therefore 3x + \frac{2}{3} - 8x + \frac{4}{3}12 = 35x - 42$

منتقل کرنے سے $42 + \frac{2}{3} + \frac{4}{3}12 = 35x + 8x - 3x$

جمع کرنے سے $56 = 40x$

$\therefore \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

۴۰ پر تقسیم کرنے سے $x = \frac{56}{40} = 1\frac{2}{5}$

۱۳ سوالات

جو مساواتین ذیل مین مندرج ہین اُنمین مقدار د کی قیمت بتلاؤ

(١) ٦ د + ٢ (١١ − د) = ٣ (١٩ − د)

(٢) ٣ (د + ١) + ٢ (د + ٢) = ٣٢

(٣) ٣ د − ٢ (٥ د + ٤) = ٢ (٤ د − ٩)

(٤) ٥ (٢ د − ٢) − ٣ (٢ د + ١) = ٢٧

(٥) ٦ (٣ − ٢ د) = ٢٤ − ٤ (٤ د − ٥)

(٦) ٤٥ − ٤ (د − ٢) = ٥ (د + ٢)

(٧) ٧ د = ٨ − (١ − ٩ د)/٢

(٨) ٢ د/٧ + ٤ = د − (د − ١)/٦

(٩) (٣ د + ١)/٢ − (د − ١)/٦ = ٢ د/٣ + ١٠

(١٠) ١/٤ (د + ٦) − ١/١٢ (١٦ − ٣ د) = ٤ ١/٦

(١١) ١/١٢ (٣ د + ٣) + ١/١٥ (٧ د − ٤) − ١/٢٠ (٧ د + ١) = ٢

(١٢) ١٠ (د + ١/٤) − ٦ د (١/د − ١/٣) = ٢٣

دفعہ ١٥ اکثر مساوات مین کسر کے نسب نماؤن مین مقدار مجہول شامل رہتی ہے مگر اوسکی قیمت بموجب قاعدون مذکورہ کے دریافت ہوجاتی ہے اول جن نسب نماؤن مین مقدار مجہول شامل ہووے مقادیر مفردہ ہون

مثالین

(۱) $\frac{9}{2\text{د}} - 4 = 5$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت دریافت کرو

عمل انتقال سے $\frac{9}{2\text{د}} = 5 + 4$

عمل جمع سے $\frac{9}{2\text{د}} = 9$

۲د مین ضرب دیا تو $9 = 18\text{د}$

۱۸ پر تقسیم کرنے سے $\text{د} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

(۲) $\frac{2}{\text{د}} + \frac{4}{\text{د}} = \frac{3}{\text{د}} + \frac{5}{\text{د}} - \frac{2}{17}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ چونکہ چارون کسرون کا نسب نما د ہے

اسلیے جمع کرنے سے $\frac{6}{\text{د}} = \frac{8}{\text{د}} - \frac{2}{17}$

منتقل کرنے سے $\frac{2}{17} = \frac{8}{\text{د}} - \frac{6}{\text{د}}$

جمع کرنے سے $\frac{2}{17} = \frac{2}{\text{د}}$

$\therefore 2\text{د} = 34 \quad \therefore \text{د} = 17$

دوم جن نسب نماؤن مین مقدار مجہول شامل ہووے مقادیر مرکب ہون تو اول مفرد نسب نماؤن کو خارج کرو بعد ازان بترتیب مرکب نسب نماؤن کو دور کرو

مثالین

(۱) $\frac{6\text{د} + 13}{15} - \frac{3\text{د} + 5}{5\text{د} - 25} = \frac{2\text{د}}{5}$ اس مساوات مین مقدار د کی

قیمت بتلاؤ اول مقادیر مفردہ کے نسب نماؤن کے دور کرنیکے لیے

مساوات کے ہر ایک جملے کو ۱۵ مین ضرب دیا تو

$$۶د + ۱۳ - \frac{۱۵(۳د+۵)}{۵د-۲۵} = ۱۵ \times \frac{۲د}{۵} \therefore = ۶د$$

دونون جملے کی ۶ د یکسان مقدار کو

مٹا کر منتقل کرنے سے $۱۳ = \frac{۱۵(۳د+۵)}{۵د-۲۵}$

شمار کنندہ اور نسب نما دونون کو

۵ پر تقسیم کرنے سے $۱۳ = \frac{۳(۳د+۵)}{د-۵}$

د−۵ مین ضرب دینے سے $۱۳د - ۶۵ = ۹د + ۱۵$

منتقل کرنے سے $۱۳د - ۹د = ۶۵ + ۱۵$

جمع کرنے سے $۴د = ۸۰$

۴ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۸۰}{۴} = ۲۰$

(۲) $\frac{۱۰د+۱۷}{۱۸} - \frac{۱۲د+۲}{۱۱د-۸} = \frac{۵د-۴}{۹}$ اس مساوات مین مقدار د کی

قیمت بتلاؤ ۱۸ اور ۹ نسب نماؤن کے خارج کرنیکے لیے مساوات کے

ہر ایک جملے کو ۱۸ مین ضرب دیا تو $۱۰د + ۱۷ - \frac{۲۱۶د+۳۶}{۱۱د-۸} = ۱۰د - ۸$

دونون جملون کی ۱۰ د یکسان

مقدار خارج کر کے منتقل کرنے سے $۱۷ + ۸ = \frac{۲۱۶د+۳۶}{۱۱د-۸}$

جمع کرنے سے $۲۵ = \frac{۲۱۶د+۳۶}{۱۱د-۸}$

مساوات کے ہر ایک جملہ کو $۱۱و - ۸$ مین ضرب دیا تو

$$۲۵(۱۱و - ۸) = ۲۱۶و + ۳۶$$

یا $۲۷۵و - ۲۰۰ = ۲۱۶و + ۳۶$

منتقل کرنے سے $۲۷۵و - ۲۱۶و = ۲۰۰ + ۳۶$

جمع کرنے سے $۵۹و = ۲۳۶$

۵۹ پر تقسیم کرنے سے $و = \frac{۲۳۶}{۵۹} = ۴$

(۳) $\frac{۱}{و - ۱} - \frac{۲}{و + ۷} = \frac{۱}{۷(و - ۱)}$ اس مساوات مین مقدار مجہول و کی قیمت بتلاؤ

مساوات کے ہر ایک جملے کو $۷(و - ۱)$ مین ضرب دیا تو

$$۷ - \frac{۱۴(و - ۱)}{و + ۷} = ۱ \quad ۷(و - ۱) \times \frac{۱}{و - ۱} = ۷$$

منتقل اور جمع کرنے سے $۶ = \frac{۱۴(و - ۱)}{و + ۷}$

$و + ۷$ مین ضرب دیا تو $۶و + ۴۲ = ۱۴و - ۱۴$

منتقل کرنے سے $۱۴و - ۶و = ۴۲ + ۱۴$

جمع کرنے سے $۸و = ۵۶$

۸ پر تقسیم کرنے سے $و = \frac{۵۶}{۸} = ۷$

(۴) $\frac{۲(۳ - ۴و)}{۳ - و} + \frac{۳}{۱ - و} = ۸$ اس مساوات مین مقدار و کی قیمت بتلاؤ

مساوات کی ہر ایک مقدار کو $۳ - و$ مین ضرب دینے سے

$$۲(۳ - ۴و) + \frac{۹ - ۳و}{۱ - و} = ۲۴ - ۸و$$

یا $۶ - ۸و + \frac{۹ - ۳و}{۱ - و} = ۲۴ - ۸و$

مساوات کے ہر ایک جملے کی ۸ د یکسان مقدار کو خارج کر کے انتقال کرنے سے $\frac{۹ - ۳د}{۱ - د} = ۲۴ - ۶ = ۱۸$

۱ − د مین ضرب کرنے سے $۹ - ۳د = ۱۸ - ۱۸د$

منتقل کرنے سے $۱۸د - ۳د = ۱۸ - ۹$

جمع کرنے سے $۱۵د = ۹$

۱۵ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۹}{۱۵} = \frac{۳}{۵}$

(۵) $\frac{۱۵ + ۳د}{د + ۱} + \frac{۳۰ + ۴د}{د + ۳} = ۷ + \frac{۲۴}{۱ + د}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتاؤ

مساوات کو ہر ایک جملہ کو د + ۱ مین ضرب دیا تو $۱۵ + ۳د + \frac{۳۰ + ۳۰د + ۴د + ۴د^۲}{د + ۳} = ۷د + ۷ + ۲۴$

منتقل اور جمع کرنے سے $\frac{۳۴د + ۴د^۲ + ۳۰}{د + ۳} = ۴د + ۱۶$

د + ۳ مین ضرب دینے سے $۳۴د + ۴د^۲ + ۳۰ = ۴د^۲ + ۱۶د + ۱۲د + ۴۸$

عمل ترفیع اور انتقال کرنے سے $۳۴د - ۱۶د - ۱۲د = ۴۸ - ۳۰$

جمع کرنے سے $۶د = ۱۸$

۶ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۱۸}{۶} = ۳$

۱۴ سوالات

مساوات مندرجہ ذیل مین مقدار د کی قیمت دریافت کرو

(۱) $\frac{۲}{۳د} + \frac{۳}{۲د} = ۱۳$ (۳) $\frac{ح}{س د} + \frac{س}{ح د} = ح^۲ + س^۲$

(۲) $\frac{۴}{۵د} + \frac{۵}{۴د} = ۴۱$ (۴) $\frac{۶د - ۴}{۲۱} + \frac{د - ۲}{۵د - ۶} = \frac{۲د}{۷}$

(۵) $\frac{9و-16}{36} - \frac{12-3و}{5و-4} + \frac{و-4}{4} = \frac{...}{...}$ (۸) $\frac{3}{و} - \frac{2}{و+1} = \frac{5}{4و(و+1)}$

(۶) $\frac{16+و7}{21} - \frac{8+و}{4و-11} = \frac{و}{3}$ (۹) $\frac{17}{6و+17} - \frac{10}{3و-10} = \frac{1}{2و-1}$

(۷) $\frac{و-7}{و+7} + \frac{1}{2(و+7)} = \frac{...}{...}$ (۱۰) $\frac{6و+8}{2و+1} - \frac{2و+38}{و+12} - 1 = 0$

دفعہ ۵۳ اگر مساوات میں بڑے اعداد بہت ہوں تو انکو اس ترتیب پر لکھو کہ جن اعداد کی علامت یکساں ہوں وے ایک دوسرے کے تلے رہیں

مثالیں

(۱) $70و - 42و + 42 + 280 = 700 - 35و - 60و + 80 + 56و - 56$

منتقل کرنے سے

$$\left.\begin{array}{l}70\\35\\60\end{array}\right\} و \left.\begin{array}{l}-42\\-56\end{array}\right\} و = 700 \quad \begin{array}{l}-56\\-42\\-280\end{array}$$

$$80$$

جمع کرنے سے

$$\left.\begin{array}{l}165\\-98\end{array}\right\} و = 780 \quad -378$$

$$67 \quad و = 402$$

$$و = \frac{402}{67} = 6$$

(۲) $\frac{9و-13}{4} - \frac{3و+1}{6} = \frac{7و+9}{8} - \frac{9و-229}{14}$ اس مساوات میں مقدار و کی قیمت دریافت کرو

نسب نماؤن کا ۵۶ ذو اضعاف اقل ہے اس باعث سی مساوات کے
ہر ایک جملے کو ۵۶ مین ضرب دیا تو

۱۲۶ د — ۱۸۲ — ۹۹۶ — ۳۶ د = ۴۹ د + ۶۳ — ۲۴ د + ۸

یا ۱۲۶ د — ۱۸۲ — ۹۹۶ + ۳۶ د = ۴۹ د + ۶۳ — ۲۴ د — ۸

منتقل کرنے سے ۱۲۶ د — ۴۹ د = ۶۳ — ۸
۳۶ ۔۔۔ ۱۸۲
۲۴ ۔۔۔ ۹۹۶

جمع کرنے سے ۱۸۶ د = ۱۲۴۱
۴۹ — ۔۔۔ ۸ —

۱۳۷ د = ۱۲۳۳

د = ۱۲۳۳ / ۱۳۷ = ۹

(۳) ۲۰۱ (د — ۱) + ۲۵ (۳ د + ۱) + ۲۲ (۵ د + ۱) = ۴۵ (د + ۱۰) + ۲۱ (د + ۱۱) — ۳۵

اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ جواب د = ۲ ۱/۲

اب ایسے سوالات لکھے جاتے ہین جن کے جواب مساوات درجہ اول
کے حل کرنے سے نکل آتے ہین

دفعہ ۵۳ سوالات جو علم حساب سے حل نہین ہو سکتے وے

۵۲ دفعہ مذکورکے معنی جاننے سے بآسانی حل ہوجاتے ہین اور علم حساب مین خاص قاعدے مقرر ہین اونکے موجب عمل کرنے سے سوال کا جواب نکل آتا ہے مگر جبر و مقابلہ مین ایسے قاعدے نہین لکھے ہین فقط کثرت مشق سے طالب علم سوال کی شرائط کو مساوات مین ضبط کرکر مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرسکتا ہے وہی قیمت سوال کا جواب ہوتی ہے مگر یہہ ضرور دیکھنا چاہیے کہ اسمین کون سی مقادیر مجہول ہین اور کون سی معلومہ پھر بجاے مقدار مجہول کے ق لکھکر مقادیر معلومہ کو لکھو اور بموجب سوال کے ایک ایسی مساوات بناؤ کہ جسمین سوال کی سب شرائط آجاوین

سوالات

(۳) لڑکون کی عمر ملکر ۴۲ برس کی ہے اور اونکی پیدایش مین دو دو برس کا تفاوت ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک لڑکے کی کیا عمر ہوگی

اس سوال مین دیکھو کہ کون سی مقدار مجہول ہے اور کون سی معلوم

مقادیر معلومہ	مقادیر مجہولہ
(۱) تین لڑکون کی عمرونکا مجموعہ ۴۲ برس ہے	(۱) بڑے لڑکے کی عمر بتلاؤ
(۲) اور ہر ایک کی عمر کا تفاوت ۲ برس ہے	(۲) منجھلے لڑکے کی عمر بتلاؤ
	(۳) چھوٹے لڑکے کی عمر بتلاؤ

مگر حقیقت میں پوچھو تو فقط ایک ہی مقدار مجہول ہے کس واسطے کہ اگر ایک
لڑکے کی عمر معلوم ہو جاوے تو باقی دو لڑکوں کی عمر بھی معلوم ہو جاویگی
اس باعث سے فرض کرو کہ چھوٹے لڑکے کی عمر د ہے تو د+۲ منجھلے لڑکے کی
عمر ہوگی   د+۴ بڑے لڑکے کی عمر ہوگی

سوال کی ایک شرط کو عبارت جبریہ میں لکھ لیا اور دوسری شرط یہ ہے کہ
تینوں لڑکوں کی عمر کا مجموعہ ۲۴ برس ہے یا د د+۲ اور د+۴ یعنے
۳د+۶ برابر ہے ۲۴ برس کے اس شرط کو مساوات میں لکھا تو
۳د+۶ = ۲۴ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ

عمل انتقال سے ۳د = ۲۴ − ۶ = ۱۸

۳ پر تقسیم کرنے سے د = ۱۸/۳ = ۶

∴ چھوٹے لڑکے کی عمر ۶ برس کی ہے

منجھلے لڑکے کی عمر ۸ برس کی ہے

اور بڑے لڑکے کی عمر ۱۰ برس کی ہے

(۲) میرے پاس جسقدر اشرفیاں ہیں اونسے پانچ گنے روپے
ہیں اور کل مالیت ۱۴۷ روپے کی تو بتلاؤ کہ میرے پاس کتنی
اشرفیاں ہیں اور کتنے روپے

فرض کرو کہ د اشرفیاں ہیں

توظاہر ہے کہ ۵ ﮈ روپے ہونگے

اور میرے پاس ۱۶ روپے کی ہر ایک اشرفی ہر تو ﮈ گنا ۱۶ یا ۱۶ ﮈ روپیے ﮈ اشرفیون کے ہوئے

∴ ۱۶ ﮈ + ۵ ﮈ = کل زر مگر کل زر = ۱۴۷ روپے

∴ ۲۱ ﮈ = ۱۴۷

۲۱ پر تقسیم کرنے سے ﮈ = $\frac{۱۴۷}{۲۱}$ = ۷ اشرفی

اور ۵ ﮈ = ۵ × ۷ = ۳۵ روپے

(۳) ۱۴ کوڑی اور ۷ روپے کی ہنڈی کے دام ساہوکار سے مین لینے کو گیا اور مینے گماشتے کے ہاتھ مین ہنڈی دیکر اوس سے کہا کہ تم مجھے اس ہنڈی کے دام کے عوض مین اشرفی روپے آٹھ آنی اور چوانی دوانی اور ایک آنی برابر دو تو وہ سنتے ہی خاموش ہو رہا تو بتلاؤ کہ اوسکو کسقدر اشرفی وغیرہ دینی چاہیے

فرض کرو کہ ﮈ تعداد مطلوبہ ہے

تو ﮈ اشرفیون کے ﮈ گنا ۱۶ یا ۱۶ ﮈ روپیے ہونگے

ﮈ روپیون کے ﮈ روپیے ہونگے

ﮈ اٹھ انیون کے $\frac{ﮈ}{۲}$ روپیے ہونگے

ﮈ چوانیون کے $\frac{ﮈ}{۴}$ روپیے ہونگے

د دو انیون کے — $\frac{د}{۸}$ روپیے ہونگے

د ایک انیون کے — $\frac{د}{۱۶}$ روپیے ہونگے

اور ۱۴ کوڑی ۷ روپیون کے — ۲۸۷ روپیے ہونگے

موافق شرط سوال کے ۱۶ د + د + $\frac{د}{۲}$ + $\frac{د}{۴}$ + $\frac{د}{۸}$ + $\frac{د}{۱۶}$ = ۲۸۷

۱۶ مین ضرب دینے سے ۲۵۶ د + ۱۶ د + ۸ د + ۴ د + ۲ د + د = ۴۵۹۲

جمع کرنے سے — ۲۸۷ د = ۴۵۹۲

۲۸۷ پر تقسیم کرنے سے — د = ۱۶

امتحان صحت و سقم جواب

۱۶ اشرفی	= ۲۵۶	روپیہ
۱۶ روپیہ	= ۱۶	روپیہ
۱۶ اٹھنی	= ۸	روپیہ
۱۶ چوانی	= ۴	روپیہ
۱۶ دوانی	= ۲	روپیہ
۱۶ ایک انی	= ۱	روپیہ
حاصل جمع	= ۲۸۷	روپیہ

(۴) میرے پاس جتنے آم تھے اونمین سے ینے تیسرے حصے کے آم موہن کو دیے اور چھٹوین حصے کے آم روپا کو دیے

اور وے سب آم ملکر ۱۵ تھے تو بتلاؤ کہ میرے پاس سب کتنے آم
تھے فرض کرو کہ د آمون کی تعداد ہے

تو د/۳ تعداد اون آمون کی ہوئی جو موہن کو دیے

اور د/۶ تعداد رویا کے آمون کی ہوئی اور بموجب شرائط
سوال کے یے سب آم ملکر ۱۵ ہوتے ہین

یعنی د/۳ + د/۶ = ۱۵

۶ مین ضرب دینے سے ۲د + د = ۹۰

جمع کرنے سے ۳د = ۹۰

اور ۳ پر تقسیم کرنے سے د = ۹۰/۳ = ۳۰ میرے پاس سب اتنے آم تھے

∵ ۳۰/۳ = ۱۰ اور ۳۰/۶ = ۵ تو ۱۰ + ۵ = ۱۵

(۵) ایک باغ مین آم کے درخت جامن کے درختون سے تین گنے
تھے مگر جب آم اور جامن کے درخت چار چار کٹ گیے تو آم کے
درخت جامن کے درختون سے چوگنے ہوگیے تو بتلاؤ کہ آم اور جامن کے کتنے کتنے درخت تھے

فرض کرو کہ د جامن کے درختون کی تعداد ہے

تو ۳د آمون کے درختون کی تعداد ہوگی

اور د − ۴ جامن کے درختون کی تعداد ۴ درخت کٹنے کے بعد رہ گئی

اسیطرح ۳د − ۴ آم کے درختون کی تعداد ۴ درخت کٹنے کے بعد رہ گئی

بموجب شرائط سوال کے ۳ د — ۴ = ۴ (د — ۴)

۳ د — ۴ = ۴ د — ۱۶

عمل انتقال سے ۱۶ — ۴ = ۴ د — ۳ د

جمع کرنے سے ۱۲ = د

اسلیے باغ مین اول جامن کے درخت ۱۲ تھے اور ۳ گنے
۱۲ یا ۳۶ آم کے درخت تھے

(۶) ایک پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ — ۲ د ہے
دوسرے پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ½ × ۲ د ہے
تیسرے پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ½ × ۳ د ہے
اوراگر پہلے پادشاہ کے عہد کے برسون مین ۲ آ جمع کیے جاوین تو حاصل جمع
برابر ہوجاتا ہے ۱۰۰ برس کے تو بتلاؤ کہ ہر ایک بادشاہ کس کس
سن مین جلوس فرما ہوا

پہلے اور دوسرے پادشاہون کے جلوس کے سنون کا حاصل تفریق
نکالنے سے پہلے پادشاہ کی سلطنت کے برس = ۱۸۰۰ + ½ × ۲ د —
(۱۸۰۰ — ۲ د) = ۱۸۰۰ + د — ۱۸۰۰ + ۲ د

= ۳ د

∴ بموجب سوال کے ۳ د + ۲ د = ۱۰۰

۵ د = ۱۰۰

∴ د = ۱۰۰/۵ = ۲۰

پہلے پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ — ۴۰ یا ۱۷۶۰ ہے

دوسرے پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ۲۰ یا ۱۸۲۰ ہے

تیسرے پادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ۳۰ یا ۱۸۳۰ ہے

(۷) ۴ آدمیون کے درمیان ۴۲ گنّے اس طرح پر تقسیم کرو کہ پہلے آدمی کو جتنے گنّے دو اُس سے ایک زیادہ دوسرے کو دو اور علےٰ ہٰذا القیاس تیسرے اور چوتھے آدمی کو بھی ایک ایک گنّا زیادہ دو

فرض کرو کہ پہلے شخص کو جو گنّے دیے گئے اونکی تعداد د ہے تو باقی آدمیون کے گنّون کی تعداد د + ۱ اور د + ۲ اور د + ۳ ہونگے

بموجب شرائط سوال کے د + د + ۱ + د + ۲ + د + ۳ = ۴۲

جمع کرنے سے ۴ د + ۶ = ۴۲

نقل کرنے سے ۴ د = ۴۲ − ۶

جمع کرنے سے ۴ د = ۳۶

۴ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۳۶}{۴}$ = ۹ ہے

پہلے آدمی کے گنّون کی تعداد ہوئی

د + ۱ = ۱۰ یہہ دوسرے آدمی کے گنّون کی تعداد ہوئی

د + ۲ = ۱۱ یہہ تیسرے آدمی کے گنّون کی تعداد ہوئی

د + ۳ = ۱۲ یہہ چوتھے آدمی کے گنّون کی تعداد ہوئی

(۸) ایک شخص نے فقیری اختیار کی اوسکے پاس ۱۷۰۰ کل روپیے
تھے اومنین سے جتنے روپیے اوسنے اپنے دو لڑکون کو دیے
اوتنے ہی روپیے اوسنے اپنی ۳ بیٹیون کو دیے اور جتنے روپے اوسنے
اپنے ایک لڑکے اور ایک بیٹی کو ملا کر دیے اوتنے روپے اوسنے اپنی
عورت کو دیے تو بتلاؤ کہ ہر ایک کو کسقدر روپیے ملے

فرض کرو کہ ایک بیٹے کو جو روپیے ملے اونکی تعداد د ہی
تو تین بیٹیون کے کل روپیہ کی تعداد ۲د ہوگی
∴ ایک بیٹی کے روپیہ کی تعداد ۲د/۳ ہوئی
اور عورت کے روپیون کی تعداد د + ۲د/۳ یا ۵د/۳ ہوئی
اسلیے بموجب شرائط سوال کے ۲د + ۲د + ۵د/۳ = ۱۷۰۰ روپیے
جمع کرنے سے ۴د + ۵د/۳ = ۱۷۰۰
یا ۱۷د/۳ = ۱۷۰۰
۱۷ پر تقسیم کرنے سے د/۳ = ۱۰۰
۳ مین ضرب دینے سے د = ۳۰۰ یہی ایک لڑکے کے روپیے ہوے
ایک بیٹی کے روپیون کی تعداد ۲د/۳ = ۲۰۰ ہوئی
عورت کے روپیون کی تعداد ۵د/۳ = ۵۰۰ ہوئی

(۹) ایک کوئے مین بہت دور پانی تھا اوسپر دو پیر لگین ایک پیر مین وہ

بیل جوتے اور دوسری پہر مین دو بھینسے اور بیلون کی پہر کے چرسے
مین دو من پانی آتا تھا اور بیل دو گھڑی کے عرصہ مین پانی کے
۳ چرسے کھینچتے اور بھینسے اسقدر آہستہ چلتے کہ وے ۳ گھڑی
مین فقط دو چرسے پانی کے کھینچتے مگر دونون پہرون مین پانی
برابر ہی کھنچتا تو بتلاؤ کہ بھینسون کے چرسے مین کسقدر پانی
سماتا ہوگا

فرض کرو کہ بھینسون کے چرسے مین د من پانی سماتا ہی تو بھینسے
۲ د من پانی تین گھڑی کے عرصہ مین کھینچینگے اور بیل ۲ گھڑی
مین ۳ چرسہ پانی یا ۶ من پانی کھینچتے ہین اس باعث سے وے
۳ گھڑی مین ۹ من پانی کھینچینگے اور ۳ گھڑی مین دونون چرسون
سے برابر ہی پانی کھنچتا ہے

∴ ۲ د = ۹ من پانی

اور د = $\frac{۹}{۲}$ = ۴$\frac{۱}{۲}$ من پانی اسقدر پانی بھینسون کے
چرسہ مین آتا ہے

(۱۰) سیتارام اور پرسرام زمینداروں کے گانون سڑک کے کنارے
۴$\frac{۱}{۲}$ کوس کے فاصلے پر واقع تھے اتفاقاً سیتارام پرسرام
کے گانون کو چلا اور اسیوقت پرسرام بھی سیتارام کے گانون کو چلا

اور سیتارام اسقدر چلتا تھا کہ ایک گھنٹے کے عرصے مین $\frac{1}{2}$ ۲ کوس راہ طی کرتا تھا اور پرسرام ایک گھنٹے مین ۲ کوس چلتا تھا تو بتلاؤ کہ وے دونون شخص کتنی کتنی دور چلکر ملجاوینگے اور اگر وے برابر چل کر عین بیچ راہ مین ملجاوین تو سیتارام کو پرسرام سے کتنی دیر بعد چلنا چاہیے اول فرض کرو کہ سیتارام د کوس چل کر پرسرام سے ملجاوے تو ظاہر ہے کہ $\frac{1}{2}$ ۴۵ — د کوس پرسرام چلا ہوگا اب ہر ایک شخص کے چلنے مین جسقدر وقت گذریگا اوسے قاعدۂ اربعہ متناسبہ سے دریافت کرتے ہین

کوس	کوس	گھنٹہ	گھنٹہ	
$\frac{1}{2}$ ۲	: د	:: ۱	: $\frac{۲د}{۵}$	اتنا وقت سیتارام کو د کوس چلنے مین گذرا ہوگا

کوس	کوس	گھنٹہ	گھنٹہ	
۲	: $\frac{1}{2}$ ۴۵ — د	:: ۱	: $\frac{\frac{1}{2}۴۵ - د}{۲}$	اسقدر وقت پرسرام کو $\frac{1}{2}$ ۴۵ — د کوس چلنے مین گذرا ہوگا

اور دونون شخص برابر وقت تک چلے

اس باعث سے $\frac{۲د}{۵} = \frac{\frac{1}{2}۴۵ - د}{۲}$ اسکے دونون جملون کو ۵ × ۲ یعنے ۱۰ مین ضرب دیا تو ۴د = $\frac{1}{2}$ ۲۲ — ۵د

منتقل اور جمع کرنے سے ۹ د = $\frac{1}{2}$ ۲۲

۹ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{22\frac{1}{2}}{9}$ = $\frac{1}{2}$ ۲ اتنے کوس ستیارام چلکر

پرسرام سے ملا ہوگا اور $\frac{1}{2}$ ۴ — $\frac{1}{2}$ ۲ یا ۲ کوس پر سرام اپنے گانون

سے چلکر ستیارام سے ملا ہوگا اور وہان سے ستیارام کا گانون $\frac{1}{2}$ ۲

کوس کے فاصلے پر ہوگا

دوم اگر دونون شخص عین بیچ راہ پر ملا چاہین تو انکو آدھی دور

چلنے مین جتنا وقت گذرے گا اوسے قاعدۂ اربعہ متناسبہ سے نکالتے ہین

$\frac{1}{2}$ ۴ کوس کا نصف $\frac{1}{4}$ ۲ کوس ہے

کوس کوس گھنٹہ

$\frac{1}{2}$ ۲ : $\frac{1}{4}$ ۲ :: ۱ : $\frac{2\times 2\frac{1}{4}}{5}$ اسقدر وقت

ستیارام کو $\frac{1}{4}$ ۲ کوس چلنے مین گذرے گا

اسیطرح کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۲ : $\frac{1}{4}$ ۲ :: ۱ : $\frac{2\frac{1}{4}}{2}$ اس قدر وقت

پرسرام کو $\frac{1}{4}$ ۲ کوس چلنے مین گذریگا اب یہہ دیکھنا چاہیے کہ

$\frac{1}{4}$ ۲ کوس چلنے مین کس شخص کو کسقدر وقت سوا ہو گذریگا اسلیے

$\frac{1}{4}$ ۲ کوس راہ طی کرنے مین دونون شخصون کو جتنا جتنا عرصہ

گذریگا اونکا حاصل تفریق نکالا اور یاد رکھو $\frac{1}{2}$ ۲ گھڑی = ایک گھنٹہ

اور ۶۰ پل = ایک گھڑی

$$\frac{2\frac{1}{4}}{2} - \frac{2\frac{1}{4}\times 2}{5} = 2\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) = 2\frac{1}{4}\times\frac{1}{10}$$

= $\frac{9}{40}$ گھنٹہ = $\frac{9}{40}\times 2\frac{1}{2}$ گھڑی = $\frac{9}{16}$ گھڑی = $\frac{9}{16}\times 60$ پل

= $33\frac{3}{4}$ پل اسقدر پیشتر میرام اپنے گانون سے چلیگا اور اسیقدر وقت کے بعد سیتارام اپنے گانون سے چلیگا

(۱۱) ایک بقال کے پاس دو قسم کا میدا ہے اول قسم کے میدے کی شرح فی پنسیری ۷ آنہ ہے اور دوسری قسم کے میدے کی شرح فی پنسیری ۶ آنہ ہے تو اومنین سے کتنا کتنا میدا ملالیوین جس سے ملے ہوے میدے کی شرح فی پنسیری ۶ آنہ ۸ پائی ہوجاوے

فرض کرو کہ ۷ آنہ شرح کا د پنسیری میدا لیا جاوے تو اوسکے ۷ د آنے دام ہونگے اور اگر ۶ آنہ شرح کا ایک پنسیری میدا لیا جاوے تو اوسکے دام ۶ آنہ ہونگے اسلیے دونون شرح کی (د + ۱) پنسیری میدے کے (۷ د + ۶) آنہ دام ہوے مگر دونون شرح کے میدے کو ملاکر فی پنسیری ۶ آنہ ۸ پائی کی شرح کا کیا چاہتے ہین اسلیے اس شرح سے (د + ۱) پنسیری کے دام (د + ۱) × ۶ آنہ ۸ پائی یعنی (د + ۱) $6\frac{2}{3}$

آنے ہوئے کیونکہ ۸ پائی = $\frac{8}{12}$ آنہ = $\frac{2}{3}$ آنہ

∴ ۷ د + ۶ = (د + ۱) $6\frac{2}{3}$ آنہ

= ۶ د + $\frac{2}{3}$ د + $\frac{2}{3}$ ۶ ∴ $6\frac{2}{3}$ = ۶ + $\frac{2}{3}$

منتقل کرنے سے ۷ د — ۶ د — $\frac{2}{3}$ د = $6\frac{2}{3}$ — ۶

جمع کرنے سے $\frac{1}{3}$ د = $\frac{2}{3}$ × ۲ ∴ د = ۲

اس باعث سے اگر ۷ آنہ شرح کا ۲ پنسیری میدا اور ۶ آنہ شرح کا ایک پنسیری میدا ملایا جاوے تو ملے ہوئے میدے کی فی پنسیری ۶ آنہ ۸ پائی شرح کے دام ہو وینگے

(۱۳) ایک کھیت کے اناج کو ایک مرد ۵ دن کے عرصہ مین کاٹتا ہے اور اسی اندازکے دوسرے کھیت کے اناج کو ایک لڑکا ۷ دنمین کاٹتا ہے اگر مرد اور لڑکا دونون ملکر ایک کھیت کو کاٹین تو وے کتنے دن مین تمام اناج کاٹ لیوینگے

فرض کرو کہ وے دونون د دن مین کاٹ لیوینگے اور مرد تنہا تمام اناج کو ۵ دنمین کاٹ لیتا ہے اسلیے وہ ایک دنمین کل اناج کا $\frac{1}{5}$ حصہ کاٹ لیویگا اسیطرح اکیلا لڑکا ایک دن مین تمام اناج کا $\frac{1}{7}$ حصہ کاٹ لیویگا اس باعث سے مرد اور لڑکا دونون ملکر ایکدن مین سب اناج کا ($\frac{1}{5}$ + $\frac{1}{7}$) یا $\frac{12}{35}$ حصہ کاٹ لیوینگے

مگر فرض کرنے کے موجب مرد اور لڑکا دونون د دمنین سب
اناج کو کاٹ لیوینگے

∴ $\frac{۱۲}{۳۵}$ = $\frac{۱}{د}$ یا د = $\frac{۳۵}{۱۲}$ = ۲ $\frac{۱۱}{۱۲}$ دن مین یہی جواب ہوا

(۱۴۳) وکٹوریا نام انگلستان کی پادشاہزادی ۲۴ مئی سن د کو
پیدا ہوئی اور البرٹ پادشاہزادہ ۲۶ اگست سن
(د+۱) کو پیدا ہوا اور اوسکی شادی تاریخ ۱۰ فروری سنہ ۱۸۴۰ع
کو ہوئی اور تاریخ ۲۶ اگست سنہ ۱۸۴۸ع کو دونون پادشاہزادی
اور پادشاہزادے کی عمرون کا مجموعہ پادشاہزادے کی
اوس عمر سے جو شادی سے پیشتر تھی تین گنا معلوم ہوا تو
بتلاؤ کہ دونون کس کس سن مین پیدا ہوے سوال کے موجب
دونون کی پیدایش کے سن د اور (د+۱) تو تاریخ ۲۶ اگست سنہ ۱۸۴۸ع
کو ۱۸۴۸ − د = پادشاہزادی کی عمر

کیونکہ جس سن تک کی عمر نکالنی ہوتی ہے اوس سن مین سے
پیدایش کے سن کو گھٹا تو حاصل تفریق عمر مطلوبہ کے برابر ہوگا

۱۸۴۸ − (د+۱) = پادشاہزادہ کی عمر

اور شادی کے پیشتر پادشاہزادہ کی عمر = ۱۸۴۰ − (د+۱)
اسلیے موجب سوال کے

١٨۴٨ — و + ١٨۴٨ — (و+١) = ٣ {١٨٢٩ — (و+١)} یا

١٨۴٨ — و + ١٨۴٨ — و — ١ = ٥٥١٧ — ٣و — ٣

منتقل کرنے سے ٣و — ٢و = ٥٥١٧ — ٣ + ١ — ١٨۴٨ — ١٨۴٨

∴ جمع کرنے سے و = ٥٥١٨ } = ١٨١٩ یہہ پادشاہزادی کی
— ٣٦٩٩

پیدایش کا سن ہوا اور و+١ = ١٨٢٠ یہہ پادشاہزادہ کی

پیدایش کا سن ہوا

(١۴١) ایک حوض مین ایسی موریان ہین کہ اگر اونمین سے ایک موری
کی راہ ہوکر پانی آوے تو حوض ٥ گھڑی کے عرصہ مین بھر جاوے
اگر دوسری موری کی راہ ہوکر پانی آوے تو حوض ٦ گھڑی مین
بھر جاوے اور تیسری موری کی راہ ہوکر پانی آوے تو حوض
١٠ گھڑی مین بھر جاوے تو بتلاؤ کہ اگر ساتھہ تینون موریون مین
ہوکر پانی آوے تو حوض کتنی گھڑی مین بھر جاویگا

فرض کرو کہ د گھڑی مطلوبہ ہین

پہلی موری کی راہ ہوکر ٥ گھڑی مین تمام حوض بھر جاتا ہے
اسلیے ایک گھڑی مین اوسی موری کی راہ ہوکر سب پانی کا
⅕ حصہ حوض مین آجاویگا اور دوسری کی راہ ہوکر ٦ گھڑی

مین سب پانی بھرجاتا ہے اسلیے ایک گھڑی مین اوسی موری کی راہ ہوکر سب پانی کا $\frac{۱}{۶}$ حصہ حوض مین آجاویگا اسیطرح تیسری موری کی راہ ہوکر ایک گھڑی مین سب پانی کا $\frac{۱}{۱۰}$ حصہ حوض مین آجاوے گا اس باعث سے جب تینون موریان ایک ساتھ جاری ہونگی تو ایک گھڑی مین سب پانی کا $(\frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۰})$ حصہ حوض مین آجاویگا مگر تینون موریون کی راہ ہوکر د گھڑی مین سب پانی بھرجاتا ہی اسلیے ایک گھڑی مین تینون موریون کی راہ ہوکر سب پانی $\frac{۱}{د}$ حصہ حوض مین آجاویگا

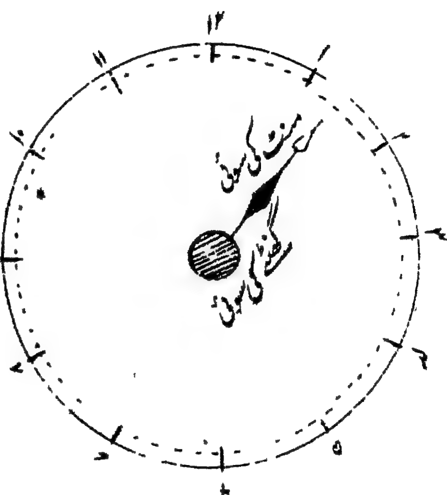
$$\frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{د}$$

$$\frac{۶+۵+۳}{۳۰} \text{ یا } \frac{۱۴}{۳۰} = \frac{۱}{د}$$

$$\therefore د = \frac{۳۰}{۱۴} = ۲\frac{۱}{۷} \text{ گھڑی}$$

(۱۵) ایک طالب علم نے اپنے اوستاد سے پوچھا کہ کے بجے ہین اوستاد نے جواب دیا کہ ۱ اور ۲ بجے کے بیچمین وقت ہی اور گھنٹے اور منٹ کی سوئیان ایک جگہہ پر ہین تو بتلاؤ کہ ٹھیک وقت کیا ہی گھڑی مین دائرہ کے محیط کے برابر ۶۰ حصے ہوتے ہین اور جو سوئی جتنے وقت مین محیط کے ویسے ایک حصے مین چل جاتی ہی اُتنے وقت کو منٹ یا $۲\frac{۱}{۲}$ پل بولتے ہین اس باعث سے اس سوئی کو

منٹ کی سوئی کہتے ہین اور وہ سوئی جتنے وقت مین ۱۲ کے
نشان سے چلکر ۶۰ حصون مین پھر کر پھر اوسی ۱۲ کے نشان پر
آجاتی ہے اُستنے وقت کو ایک گھنٹہ یا ۲½ گھڑی کہتے ہین مگر
گھنٹہ بتلانے کے لیے ایک اور سوئی رہتی ہے اُسے گھنٹے کی سوئی
بولتے ہین یہہ
سوئی ۱۲ کے نشان سے
۱۲ کے نشان تک
۱۲ گھنٹے مین پھر کر
آجاتی ہے اسلیے
محیط کے علحدہ
۱۲ بڑے حصے ہوتے
ہین اور مین سے



ایک حصہ مین گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے عرصے مین پھر جاتی
ہے اور اوسی محیط کے چھوٹے چھوٹے ۶۰ حصے ہوتے ہین
اسلیے ایک بڑے حصے مین $\frac{60}{12}$ یا ۵ چھوٹے حصے ہوتے ہین
اسلیے منٹ کی سوئی ایک گھنٹہ یا ۶۰ منٹ مین ۶۰ چھوٹے
حصون مین گھوم جاتی ہے اور گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے مین فقط

۵ حصون مین گھومتی ہے اسلیے منٹ کی سوئی بہ نسبت گھنٹے
کی سوئی کے ۱۲ گنی جلد چلتی ہے اور ہر گھنٹے مین گھنٹے کی
سوئی اور منٹ کی سوئی ایک دفعہ ملجاتی ہین سبب یہہ ہے
کہ منٹ کی سوئی کو چوگرد گھومنے مین گھنٹے کی سوئی کہین نہین
چلتی ضرور ملتی ہوگی اور منٹ کی سوئی ہر ایک گھنٹے کے آخر مین
پھر پھر اکر ۱۲ کے نشان پر آجاتی ہے اس باعث سے جب
گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے نشان پر ہوگی
تو منٹ کی سوئی ۱۲ کے نشان پر ہوگی اسلیے دونون سوئیون
کے بیچمین ۵ چھوٹے حصے ہونگے اسیطرح جب گھنٹے کی سوئی
۲ گھنٹے کے نشان پر ہوگی تو دونون سوئیون کے بیچمین ۱۰ چھوٹے
حصے ہونگے اور علیٰ ہذا القیاس فرض کرو کہ ایک بجے کے بعد
منٹ کی سوئی ۱۲ کے نشان سے د منٹ تک گھومی ہے
تو وہ ضرور چھوٹے د حصون مین گھومی ہوگی اور ۱۲ کے نشان
سے ایک گھنٹے کے نشان تک ۵ چھوٹے حصون کا فاصلہ
ہوتا ہے لسلیے (د — ۵) جگہہ گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے
نشان سے چلیگی اور اول یہہ ذکر ہوچکا ہے کہ گھنٹے کی سوئی نسبت
منٹ کی سوئی ۱۲ گنی جلد یعنی ۱۲ گنی جگہہ مین چلتی ہے

$$۵و = ۱۲(و - ۵)$$

$$= ۱۲و - ۶۰$$

$$۱۱و = ۶۰$$

$$\therefore و = \frac{۶۰}{۱۱} = ۵\frac{۵}{۱۱} \text{ منٹ}$$

اس سبب سے ایک بجے کے $۵\frac{۵}{۱۱}$ منٹ بعد گھنٹہ اور منٹ کی سوئیان ملجاتی ہین

(۶) آگرہ سے کول ۳۰ کوس کے فاصلے پر ہے اور ایک گھوڑے کی ڈاک آگرہ سے چلکر کول مین ۶ گھنٹے مین پہونچی اور جسوقت آگرہ کی ڈاک چلی اوسوقت سے ایک گھنٹہ کے بعد کول کی ڈاک چلی اور وہ آگرہ مین ۷ گھنٹے مین آپہونچی تو بتلاؤ کہ وے دونون ڈاک آگرہ سے کتنی دور پر سڑک مین ملی ہونگی

فرض کرو کہ دونون ڈاکین آگرہ سے د کوس پر ملتی ہین تو اوس ملنے کی جگہہ سے کول (۳۰ — د) کوس دور رہجاوے گی آگرہ کی ڈاک ۶ گھنٹے مین ۳۰ کوس کول تک جاتی ہے اسلیے وہ ڈاک ایک گھنٹے مین $\frac{۳۰}{۶}$ یا ۵ کوس چلتی ہوگی اسیطرح کول کی ڈاک ایک گھنٹے مین $\frac{۳۰}{۷}$ کوس چلیگی بموجب قاعدہ

اربعہ متناسبہ کے

کوس   کوس   گھنٹہ   گھنٹہ

اسقدر وقت   د/۵ : ۱ :: د : ۵

آگرہ کی ڈاک کو د کوس چلنے مین لگیگا

کوس   کوس   گھنٹہ   گھنٹہ

اسقدر وقت کول ۷(۳۰ — د)/۳۰ : ۷ :: (۳۰ — د) : ۳۰

کی ڈاک کو (۳۰ — د) کوس چلنے مین لگیگا اور کول کی ڈاک آگرہ کی ڈاک سے ایک گھنٹے کے بعد چلی ہے اسلیے کول کی ڈاک کے وقت مین ایک گھنٹہ اور شامل کرین تو حاصل جمع برابر ہوگا آگرہ کی ڈاک کے وقت کے

∴ د/۵ = ۷(۳۰ — د)/۳۰ + ۱

= (۷(۳۰ — د) + ۳۰)/۳۰

۳۰ مین ضرب دینے سے ۶ د = ۷(۳۰ — د) + ۳۰

= ۲۱۰ — ۷ د + ۳۰

منتقل کرنے سے ۱۳ د = ۲۴۰

۱۳ پر تقسیم کرنے سے د = ۲۴۰/۱۳ = ۱۸ ۶/۱۳ کوس پر آگرہ سے دونون ڈاک ملینگی

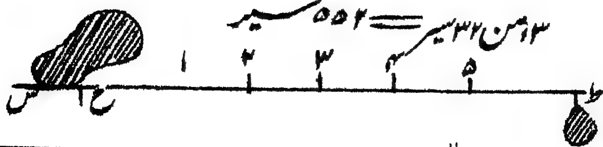
(۱۷) ایک پتھر وزن مین ۱۳ من ۳۲ سیر ہے اور دوسرا پتھر ۴۲ سیر
اور ۶ ہاتھ لنبا ایک مضبوط لٹھہ ہے تو بتلاؤ کہ بھاری پتھر سے
کتنی دوری پر روک لگاوین جسپر لٹھے کو رکھکر اوسکے ایک سرے کو
بھاری پتھر کے تلے دباکر دوسرے سرے مین ہلکا پتھر لٹکادین
تاکہ بھاری پتھر اوپر کو اوٹھہ جاوے

علم جر ثقیل مین یہہ بات ثابت ہوچکی ہے کہ اگر ڈنڈی کا ایک سرا بوجھہ
یا زور سے دبایا جاوے تو ڈنڈی جسپر ٹکی ہوگی اوس روک پر سے دوسرا
سرا اوٹھہ جائیگا یعنی اوسکا ایک سرا تلے کو جھک جاویگا دوسرا اوپر کو
اونچا ہو جاویگا اور روک سے جتنی دوری پر بوجھہ یا زور لگا ہوتا ہے
اوس دوری کو بوجھہ یا زور کی مقدار مین ضرب دین تو حاصل ضرب ڈنڈی
مذکور پر جو بوجھہ کا دباو ہوتا ہے اسکا اندازہ ہوگا

فرض کرو کہ س ط لٹھہ ہے اور ح روک یا ٹیک اور س سرے پر جو
بھاری بوجھہ ہے اوسکے اوٹھانیکے لیے ط سرے پر ہلکا بوجھہ لٹکایا
گیا ہے اور فرض کرو کہ $\overline{\text{س ح}}$ حصہ = د ہاتھہ

تو ح ط = ۶ ـــ د ہاتھہ

۱۳ من ۳۲ سیر = ۵۵۲ سیر



بھاری بوجھہ کی جو ٹیک سے د دوری ہے اس سے بوجھہ کی مقدار ۵۵۲ سیر کو ضرب دو تو حاصل ضرب لٹھہ کے ایک طرف جو بھاری بوجھہ کا دباؤ ہوگا اوسکا مقدار ہوگا مثلاً ۵۵۲×د اسیطرح دوسری طرف جو ہلکے بوجھہ کا دباؤ ہوگا اوسکی مقدار ۲۴ (۶—د) ہوگی اور جب لٹھہ کے دونون طرف برابر دباو ہوگا تو لٹھہ ٹیک پر برابر ٹھہرا رہیگا اس باعث سے ۵۵۲ د = ۲۴ (۶—د)

= ۱۴۴—۲۴ د

انتقال کرنے سے ۵۷۶ د = ۱۴۴

د = $\frac{۱۴۴}{۵۷۶}$ = $\frac{۱}{۴}$ ہاتھہ = ۲ گرہ

اسلیے اگر ٹیک بڑے بوجھہ سے ۲ گرہ پر لگائی جاوے تو دونون بوجھہ دونون طرف تلے رہینگے اس باعث سے اگر ٹیک کو بھاری بوجھہ کی طرف ہٹا کر رکھو تو بھاری بوجھہ اوٹھہ جائیگا سبب یہہ ہے کہ چھوٹے بوجھہ کا جھکاؤ زیادہ ہوجاتا ہے یہہ بھی یاد رکھنا چاہیے کہ اس سوال مین لٹھہ یا ڈنڈی کا وزن محسوب نہین ورنہ ٹیک کا یہہ مقام بدل جاتا بھاری بوجھہ سے دو گرہ پر نہ رہتا

(۱۸) خالص دودھ کا وزن مخصوص ۱٫۰۳ ہے اور پانی سے ملے دودھ کا وزن مخصوص ۱٫۰۲۶۲۵ ہے تو بتلاؤ کہ دودھ مین کسقدر پانی ملا ہے حد جتنی جگہہ مین ایک چیز سماتی ہے اوتنی جگہہ مین

جسقدر پانی سماوے اوسکے وزن سے چیز کا جے گنا وزن ہووے

اوس چیز کا وزن مخصوص بولتے ہین مثلاً چاندی کا وزن مخصوص

۱۰.۵ یا ۱۰½ اسکے یہہ معنی ہین کہ جتنے جگہہ مین کچھہ چاندی سماتی

ہے اوسمین جسقدر پانی سماوے اوسکے ۱۰½ اسگنے وزن کی

برابر چاندی کا وزن ہوتا ہے اسیطرح دودھ کا ۱.۰۳ جو وزن مخصوص

سوال مذکور مین لکھا ہے اوسکے بھی یہی معنی ہین کہ جتنی جگہہ مین

کچھہ دودھ سماتا ہو اوسیقدر جگہہ مین جو پانی بھر دیا جاوے تو اوس د

سیر دودھ کا وزن ۱.۰۳ اگنا ہوگا فرض کرو کہ د سیر دودھ مین ایک سیر پانی ملایا ہے

تو خالص د سیر دودھ کا وزن د سیر پانی کو ۱.۰۳ اگنے وزن کے برابر ہوگا

یا خالص د سیر دودھ کا وزن = ۱.۰۳ اگنے د سیر پانی کے وزن کے

= ۱.۰۳ × د × ۱ سیر پانی کا بوجھ

∴ د سیر = د گنا ایک سیر یا د × ۱ سیر

اسلیے د سیر دودھ مین ایک سیر پانی ملایا تو

د سیر دودھ اور ایک سیر پانی کا وزن یا

(د+۱) سیر پانی ملے دودھ کا وزن = ۱.۰۳ × د × ۱ سیر پانی کا وزن

+ ۱ سیر پانی کا وزن

= (۱.۰۳ × د + ۱) × ۱ سیر پانی کا وزن

مگر بموجب سوال سئے پانی ملے دودھ کا وزن مخصوص ۱٫۰۲۶۲۵ ہے

یا پانی ملے دودھ کا وزن خالص پانی کے وزن سے ۱٫۰۲۶۲۵ گنا ہے

اسلیے پانی ملے دودھ (د+۱) سیر کے وزن سے ۱٫۰۲۶۲۵ گنا ہے یعنی

(د+۱) سیر پانی ملے دودھ کا وزن

= ۱٫۰۲۶۲۵ × (د+۱) سیر خالص پانی کا وزن

= ۱٫۰۲۶۲۵ × د + ۱ × ۱ سیر پانی کا وزن جو (د+۱) سیر پانی

= (د+۱) دفعہ ایک سیر پانی

یا (د+۱) × ۱ سیر پانی اور آگے ذکر ہو چکا ہے کہ (د+۱) سیر پانی ملے

دودھ کا وزن = (۱+۰٫۰۳ × د) × ۱ سیر پانی کا وزن

∴ (۱+۰٫۰۳ × د) × ۱ سیر پانی کا وزن = ۱٫۰۲۶۲۵ × د + ۱ × ۱ سیر پانی کا وزن

ایک سیر پانی کے وزن پر تقسیم کرنے سے

۱+۰٫۰۳ × د = ۱٫۰۲۶۲۵ (د+۱)

منتقل کرنے سے (۱٫۰۳ − ۱٫۰۲۶۲۵) د = ۱٫۰۲۶۲۵ − ۱

یا ۰٫۰۰۳۷۵ د = ۰٫۰۲۶۲۵

∴ د = ۰٫۰۲۶۲۵ / ۰٫۰۰۳۷۵ = ۷

اس سے دریافت ہوتا ہے کہ ۷ سیر دودھ میں ایک سیر پانی ملا ہے اسلیے

اس میں دودھ میں آٹھواں حصہ پانی ملا ہے

(۱۵) ایک شخص کا شہر او سنچے پر تھا او سنے بندوق چھوٹنے کا کچھ دور پر
اوجیالا دیکھا اور اوسکے ۱۰ ½ اسیکنڈ یعنی ثانیہ بعد بندوق چھوٹی
تو بتاؤ کہ اوس شخص سے کتنی دور پر بندوق کی آواز ہوئی
اور فرض کرو کہ اجیالا ایک ثانیہ مین ۱۹۲۰۰۰ میل چلتا ہے اور آواز
۱۰۹۰ فٹ ایک ثانیہ مین پہونچتی ہے

فرض کرو کہ اوس شخص سے د دوری پر بندوق چھوٹی اور اجیالا بندوق سے جتنے ثانیہ
مین آدمی تک پہنچا اوسکی مقدار موجب قاعدہ اربعہ متناسبہ کے نکالتے ہین

میل میل ثانیہ ثانیہ

۱۹۲۰۰۰ : د : : ۱ : د/۱۹۲۰۰۰

۱۷۶۰×۳ یا ۵۲۸۰ فٹ کا ایک میل بنتا ہے
بندوق سے آواز نکل کر جتنے ثانیہ مین آدمی تک پہونچی اوسکی تعداد
کو قاعدہ اربعہ متناسبہ سے نکالتے ہین

چونکہ د میل = ۳×۱۷۶۰×د فٹ

فٹ میل ثانیہ ثانیہ

۱۰۹۰ : د : : ۱ : د/۱۰۹۰

فٹ فٹ ثانیہ ثانیہ

یا ۱۰۹۰ : د×۱۷۶۰×۳ : : ۱ : (د×۱۷۶۰×۳)/۱۰۹۰

اور بموجب سوال کے روشنی اور آواز کے پہونچنے مین ½ ۱۰ ثانیہ کا تفاوت ہے

$$\therefore\ \frac{\text{د}\times1760\times3}{1090} - \frac{\text{د}}{192000} = 10\tfrac{1}{2}$$

یا

$$\text{د}\times\frac{192000\times1760\times3 - 1090}{192000\times1090} = 10\tfrac{1}{2}$$

$$\therefore\ \text{د} = \frac{10\tfrac{1}{2}\times192000\times1090}{192000\times1760\times3-1090} = \frac{16992218}{101375891}\ 2\ \text{میل}$$

(۲۰) سونے کا وزن مخصوص ¼ ۱۹ ہے اور چاندی کا وزن مخصوص ½ ۱۰ ہے اور ایک زرگر کے پاس مکعب فٹ کے چوتھے حصے کے برابر سونا ۲۶۰ پونڈ یا ۱۳۰ سیر ہے تو بتلاؤ کہ وہ خالص سونا ہے یا اوسمین کچھہ چاندی ملی ہے اور جو چاندی ملی ہے تو بتلاؤ کہ اوسمین کسقدر چاندی اور کسقدر سونا ہے مکعب فٹ کے معنی ہین ایک فٹ لمبا ایک فٹ چوڑا اور ایک فٹ گہرا اور ۱۶ اونس کا ایک پونڈ ہوتا ہے ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس یا ۵۰۰ چھٹانک ہوتا ہے اور سونا پانی سے ¼ ۱۹ گنا بھاری ہوتا ہے اسلیے ایک مکعب فٹ سونا بہ نسبت ایک مکعب فٹ پانی کے ¼ ۱۹ گنا بھاری ہوگا یعنے ¼ ۱۹ × ۱۰۰۰ اونس یا ۱۹۲۵۰ اونس تول مین ہوگا اور ¼ مکعب فٹ سونا ½ ۴۸۱۲ اونس یا ۳۰۰ پونڈ اور ½ ۱۲

اونس تول مین ہوگا اور زرگر کے پاس جو ¼ مکعب فٹ سونا ہے وہ
۲۶۰ پونڈ تول مین ہے اس باعث سے وہ خالص سونا نہین ہے
ایک مکعب فٹ چاندی بہ نسبت ایک مکعب فٹ پانی کے وزن مین ۱۰½
گنی ہوتی ہے یعنی ۱۰½×۱۰۰۰ اونس یا ۱۰۵۰۰ اونس وزن مین
ہوتی ہے اسلیے ¼ مکعب فٹ چاندی ۲۶۲۵ اونس یا ۱۶۴ پونڈ
اور ایک اونس وزن ہوگی اور زرگر کے پاس جو ¼ مکعب فٹ سونا
ہے وہ ۲۶۰ پونڈ تول مین ہے اس باعث سے بہ نسبت چاندی کے
وہ زیادہ بھاری ہے اور بہ نسبت خالص سونے کے ہلکا اسلیے اوس
سونے مین چاندی اور سونا دونون ملے ہین

فرض کرو کہ ایک مکعب فٹ مین ۱/ل حصہ سونا ہے تو ¼ — ۱/ل حصہ
چاندی ہوگی اور اوپر ذکر ہوچکا ہے کہ ایک فٹ سونا ۱۹۲۵۰
اونس وزن مین ہوتا ہے اسلیے ایک مکعب فٹ کا ۱/ل حصہ
سونا ۱۹۲۵۰/ل اونس تول مین ہوگا اور اسیطرح (¼ — ۱/ل)
حصہ چاندی ۱۰۵۰۰ (¼ — ۱/ل) اونس وزن
مین ہوگی

مگر موافق سوال کے چاندی اور سونا دونون کا وزن ملکر ۲۶ پونڈ
یا ۱۶۰ ۴۱ اونس ہین

$\therefore \frac{۱۹۲۵۰}{و} + ۱۰۵۰۰ \left(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{و}\right) = ۳۱۶۰$

$\frac{۱۹۲۵۰}{و} + \frac{۱۰۵۰۰}{۴} - \frac{۱۰۵۰۰}{و} = ۳۱۶۰$

$\frac{۱۹۲۵۰}{و} + ۲۶۲۵ - \frac{۱۰۵۰۰}{و} = ۳۱۶۰$

و مین ضرب دینے تو $۱۹۲۵۰ + ۲۶۲۵و - ۱۰۵۰۰ = ۳۱۶۰و$

انتقال اور جمع کرنے سے $۱۵۳۵و = ۸۷۵۰$

$\therefore و = \frac{۸۷۵۰}{۱۵۳۵} = \frac{۱۷۵۰}{۳۰۷}$ اس کسر کے ۳۰۷ نسب نما کی بجای تقریبی قیمت معلوم کرنے کے لیے ۳۰۰ لکھا

تو $و = \frac{۱۷۵۰}{۳۰۰} = \frac{۱۷۵}{۳۰} = \frac{۳۵}{۶}$

$\therefore \frac{۱}{و} = \frac{۶}{۳۵} = \frac{۴ \times ۶}{۴ \times ۳۵} = \frac{۲۴}{۱۴۰}$ یہہ سونے کی مقدار ہوئی

اور $\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{و} = \frac{۱}{۴} - \frac{۶}{۳۵} = \frac{۱۱}{۱۴۰}$ یہہ چاندی کی مقدار ہوئی اسلیے اگر کل مکعب فٹ کے ۱۴۰ برابر حصے کیے جاوین تو مکعب فٹ کے چوتھے حصے مین ۲۴ حصہ سونا ہوگا اور ۱۱ حصہ چاندی کیونکہ $۲۴ + ۱۱ = ۳۵$ اور $۳۵ \times ۴ = ۱۴۰$

۱۵ سوالات

(۱) وہ کونسا عدد ہے کہ جسمین اسکا نصف جوڑ دیوین تو حاصل جمع ۲۴ کے برابر ہو

(۲) وہ کونسا عدد ہے کہ اگر اوسمین اوسکے دو ثلث کو جوڑ دیوین

توحاصل جمع ۲۰ کے برابر ہو

(۳) وہ کونسا عدد ہے کہ اوسکی نصف اور تیسرے حصہ مین ۳ کا تفاوت ہے

(۴) وہ کونسا عدد ہے کہ اوسکا چوتھا حصہ پانچوین حصہ سے بقدار ۳ کے بڑا ہے

(۵) ایک عدد ایسا ہے کہ اوسمین سے ۶ گھٹا کر باقی کو ۶ مین ضرب دیکر حاصل ضرب نکال لو اور اوس عدد مذکور مین سے ۴ گھٹا کر باقی کو ۴ مین ضرب دو تو یہ حاصل ضرب پہلے حاصل ضرب کے برابر ہو جاتا ہے بتلاؤ کہ ایسا عدد کونسا ہے

(۶) ۴۰ کے دو ایسے حصے کرو کہ اگر بڑے حصے کے پانچوین حصے مین سے چھوٹے حصے کے دسوین حصے کو گھٹاوین تو ۵ باقی رہے

(۷) ۷۵ کے ایسے دو حصے کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصے کے تہائی حصے کے برابر ہو

(۸) دو ایسے عدد دریافت کرو کہ اگر بڑے عدد کو چھوٹے عدد پر تقسیم کرو تو ۲ خارج قسمت حاصل ہو اور اگر بڑے عدد مین سے چھوٹے عدد کو گھٹاوین تو بھی ۲ ہی باقی رہتے ہین

(۹) ۴ لڑکون کے درمیان انعام کے ۲۰ روپیون کو اسطرح پر تقسیم کرو کہ اول لڑکے کو بہ نسبت دوم لڑکے کے ایک روپیہ اور

دوم لڑکے کو بہ نسبت سوم لڑکے کے ایک روپیہ زیادہ ملے
اور اسیطرح سوم لڑکے کو چہارم لڑکے سے ایک روپیہ زیادہ ملے

(۱۰) ایک رسی جو ۳۳ ہاتھہ لمبی ہے اُسکے ایسے ۴ ٹکرے کرو کہ پہلے ٹکڑے سے دوسرا ٹکڑا ۱½ ہاتھہ بڑا ہوا ور دوسرے ٹکڑے سے تیسرا ٹکڑا ۲½ ہاتھہ بڑا ہو اور تیسرے ٹکڑے سے چوتھا ٹکڑا ۳½ ہاتھہ بڑا ہو

(۱۱) مین صراف کی دکان پر ۱ روپے کی اٹھہ انیان اور چوانیان بھنانے گیا اور مین نے کہا کہ مجھے اٹھہ انیون سے چوانیان دونی دے تو بتلاؤ کہ وہ مجھکو کتنی اٹھہ انیان اور چوانیان دیگا

(۱۲) برابر دوانیان برابر چوانیان برابر اٹھہ انیان اور برابر روپے مل کر ۱۵ روپے کی مالیت ہوتی ہے تو بتلاؤ کہ دوانیان چوانیان وغیرہ کتنی کتنی ہین

(۱۳) میرے پاس جتنے روپے ہین اوسسے پانچ گنی اٹھہ انیان اور کل زر ۲۸ روپے ہین تو بتلاؤ کہ میرے پاس کتنے روپے اور کتنی اٹھہ انیان ہین

(۱۴) باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے چوگنی ہے مگر ۳ برس کے پیشتر باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے ۷ گنی تھی تو بتلاؤ کہ اب ہر ایک کی کیا عمر ہے

(١٥) ایک شخص کے دو بیٹے ہیں بڑا بیٹا چھوٹے بیٹے سے عمر مین
ایک برس بڑا ہے اور دونون لڑکون کی عمر کا مجموعہ باپ کی
عمر کے برابر ہے اور اگر باپ کی عمر مین بڑے بیٹے کی چوتھائی
عمر جوڑ دی جاوے تو اوسکی عمر ٥٠ برس کی ہو جاوے پس بتلاؤ
کہ ہر ایک کی کیا عمر ہوگی

(١٦) ایک مرد اور عورت کی عمر ملکر ٥٠ برس کی ہے ٢٠ برس کے
پیشتر عورت کی عمر مرد کی عمر کے دو ثلث کے برابر تھی تو بتلاؤ
کہ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(١٧) ایک ایسی کسر ہے کہ اوسکا نسب نما شمار کنندہ سے بمقدار
ایک کے بڑا ہے اور اگر شمار کنندے مین سے ایک کم
کرین اور نسب نما مین ایک جوڑ دین تو کسر $\frac{1}{2}$ کے برابر ہوجاوے
پس بتلاؤ کہ پہلی کسر کونسی ہے

(١٨) ایک ایسی کسر ہے کہ اوسکا شمار کنندہ نسب نما سے بمقدار دو کے
چھوٹا ہے اور اگر شمار کنندے مین سے ایک گھٹا دین اور
نسب نما مین شمار کنندے کو جوڑ دین تو کسر $\frac{1}{4}$ کے برابر ہوجاوے
پس بتلاؤ کہ پہلی کسر کونسی ہے

(١٩) کسی استاد نے ایک طالب علم سے پوچھا کہ ایک عدد کے

نصف حصے کو ۴ پر تقسیم کرو اور دوسرے نصف حصہ کو ۶
پر اور دونون خارج قسمتون کو جمع کر حاصل جمع بتاؤ تو اوس
طالب علم نے دفعتہً جواب نکالنے کے لیے کل عدد کو ۵ پر تقسیم کیا مگر
اس خارج قسمت سے جواب صحیح بمقدار دو کے بڑا ہے تو بتلاؤ
کہ وہ کونسا عدد ہے

(۲۰) بارہ بجے کے بعد گھنٹے کی سوئی منٹ کی سوئی کے عین
مقابل ہے تو بتلاؤ کہ ۱۲ پر سے کتنے منٹ گذر چکے ہین

(۲۱) ایک شخص کے پاس گھڑی تھی اوس سے جب مینے پوچھا
کہ کئی بجے ہین تب اوسنے میرے امتحان کرنے کے
لیے جواب دیا کہ ۵ اور ۶ بجے کے درمیان وقت ہے
اور گھنٹے اور منٹ کی سوئی ایک جگھہ پر ہین تو بتلاؤ کہ ۵ پر کتنے
منٹ گذرے ہونگے

(۲۲) ایک آدمی کو ضروری کام کے لیے ۸ کوس کے فاصلے پر جو گانو تھا
وہان کسی نے بھیجا مگر اوس سے کچھہ کہنا باقی رہگیا اسواسطے اوسے
لوٹانے کے لیے ایک گھڑی بعد دوسرے آدمی کو بھیجا اور پہلا آدمی
اس اندازسے چلتا تھا کہ وہ ۶ گھڑی مین ۴ کوس پہونچ جاتا اور دوسرا
آدمی ۶ گھڑی مین ۴½ کوس ہو نکلتا تو بتلاؤ کہ پہلا آدمی دوسرے آدمی کو

گانون سے کتنی دور پر ملے گا

(۲۳) ایک حوض مین ۳ موریون کی راہ ہوکر ۲۰ پل کے عرصے
مین ۲۰۰ من پانی بھرجاتا ہے اور ایک پل مین تیسری
موری کی راہ ہوکر جسقدر پانی آتا ہے اوس سے پہلی موری
مین ہوکر ۵ من پانی کم ہر پل مین آتا ہے اور دوسری
موری مین ہوکر ہر پل مین ۱۰ من پانی زیادہ آتا ہے تو
بتلاؤ کہ ہر ایک موری کی راہ ہوکر ہر پل مین کسقدر پانی
گرتا ہے

(۲۴) ایک مرد اور لڑکے نے ایک کھیت کاٹنے کا ۱۲ آنہ کا اجارہ
لیا مگر جب کُل کام مین سے دو پانچوین حصہ کام ہوگیا تب لڑکا
بیٹھ رہا اور اوس مرد نے تنہا کام تمام کیا اور جتنے دنون مین
دے ملکر کام کرتے اونسے $\frac{1}{4}$ ۱ دن زیادہ لگا اور لڑکا آدمی
سے آدھا کام کرتا تھا اسلیے لڑکے کو مرد سے آدھی مزدوری
ملتی تو بتلاؤ کہ دونون کو کیا روز مرہ ملتا ہوگا

۱ حدود کے باب مین پہلے سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	11	(۲)	۳—	(۳)	۵
(۴)	۹—				

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(٥)	—٥	(١٦)	٢و٢ س و س و ٣ س و ا و س ع و ب س و ر
(٦)	—١		
(٧)	—١	(١٧)	٥
(٨)	—٣٥	(١٨)	١١
(٩)	٣٧	(١٩)	١٢
(١٠)	۴۴	(٢٠)	٧
(١١)	٠	(٢١)	٣٠
(١٢)	—٢٥	(٢٢)	١٠
(١٣)	٣ح	(٢٣)	٩
(١۴)	٢ح س	(٢۴)	٣
(١٥)	٦ ح	(٢٥)	١
		(٢٦)	٢٣
		(٢٧)	١۴
		(٢٨)	١ [illegible]/٢
		(٢٩)	٣
		(٣٠)	٢ + ن — ع

۲ حدود کے باب میں نمبر کے سوالوں کا جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۱۸	(۱۱)	۲۶
(۲)	۰	(۱۲)	۱
(۳)	۱۱۴	(۱۳)	۳م۲+۲ن—۳ع
(۴)	۶۵۷	(۱۴)	۰۴
(۵)	۰	(۱۵)	۲
(۶)	$۳۹\frac{۱}{۹}$	(۱۶)	۱
(۷)	۲۳	(۱۷)	۲
(۸)	م+۸۱ن—۳ع	(۱۸)	۸
(۹)	۲	(۱۹)	۲و۲۰
(۱۰)	۶	(۲۰)	۱

۳ جمع کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۲ح+۲س	(۴)	۲ح
(۲)	۲ح	(۵)	۲ح+۲ط
(۳)	۲ح−۲س	(۶)	۱+م+ن

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۷)	۷م — ۱	(۱۹)	۲ + ۵ح
(۸)	۴ در + ۴ د	(۲۰)	۲ح + ۶ط
(۹)	ع — ۲ل + ۸	(۲۱)	۳ص — ۲ر
(۱۰)	۶ح س — س ط	(۲۲)	س ح² + ح س — ۲س ح²
(۱۱)	م ن + م — ن + ۱	(۲۳)	۶ — ۵د
(۱۲)	۳ح د + ۲س ر	(۲۴)	۲ح ط + ۲س ف
(۱۳)	۵ح — ۵س + ۵ط	(۲۵)	۲ح د — ۲س ر
(۱۴)	۴ در — ر — ۴	(۲۶)	۲د³ + ۲ح³
(۱۵)	۳ل — ۲ع + ع ل	(۲۷)	ح² + س² + ط²
(۱۶)	۲ع² + ۲ل²	(۲۸)	د² + در + ر² + م د + ن ر
(۱۷)	۵ح س + ۲ح ط — ۱	(۲۹)	۵د² — ۳ح د — ح² د + د³
(۱۸)	۴د + ۳ر	(۳۰)	³⁄₂ح ف + ³⁄₂س ف — ط ف + ½ح س — ح²

۴ تفریق کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	خ — س + د	(۳)	۵ح — ۳ط
(۲)	[illegible]	(۴)	[illegible]

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۵)	د — ر — ۹ ص	(۱۲)	۳ح س ط — ۳ح س — ۳ح ط — ۱
(۶)	ح د + ۲ س ر — ۲ ط	(۱۳)	س۲ + ۳ ط۲
(۷)	س ط — ۲ح س + ۲ح	(۱۴)	۲ح د — س ح۲ — ۲ د۲
(۸)	۲ د۲	(۱۵)	۲ح۲ س + ۳ح ط + ۲ ط۲
(۹)	در + ۵ د۲ + ۵ ر۲	(۱۶)	۲ در + ح — ۱
(۱۰)	م ن + ۴ م — ۴ ن	(۱۷)	۱/۲ ح د — در + ۱
(۱۱)	در + ۳ دم	(۱۸)	۱/۲ ح + ۳/۲ س — ۱/۲ ط

۵ ضرب کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	ح د س	(۷)	— ۳ د۲ ر + ۲ د۲ ر۲ — ۶ در
(۲)	— ۳ ع م ن	(۸)	— ۳ ن + ۲ح د ن — ۹ س۲ ن
(۳)	۳ م + ۳ ن — ۳ ع	(۹)	— ۳ح د س + ۲ح د ط — ۱۰ د س ط
(۴)	ح۲ د ع + س د۲ ع	(۱۰)	۱۴ د۲ ر — ۲۱ د
(۵)	۲ح۲ ف + ۳ح س ف	(۱۱)	۳ح د۲ ص + ۲ د۳ س ص — ۲ د ص ط۲
(۶)	۳ ح۳ د — ۲ ح۲ د۲	(۱۲)	۲ ح۲ ر۳ — د ر۳ ح۲ + ر۳ ف

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱۳)	ح س + د س ح ر + د ر	(۲۵)	د ـ ر + ۲ د۲ + د ر ـ ۳ ر۲
(۱۴)	۶ د۲ ـ ۲ د ـ ۴	(۲۶)	ح س + د س ـ س ح ر ـ د ر + ر۲
(۱۵)	د۲ ـ د ـ ۱۲	(۲۷)	۲ ح۲ ط ـ ۳ ح س ط + س۲ ط + ۲ ح و ـ س و ش
(۱۶)	۶ د۲ ـ ۱۹ د + ۱۰	(۲۸)	ح۲ ـ ۱
(۱۷)	۱ ـ د۲	(۲۹)	د۲ ـ ح۲
(۱۸)	د ـ ۳ د۲ + ۲ د۳	(۳۰)	۸ د۳ + ۲۷
(۱۹)	۲ ح د۲ + ۲ د س ـ ح د ر ـ ر س	(۳۱)	۱۶ + ۴ د۲ + د۴
(۲۰)	ح۲ ـ ح د ـ ۶ د۲	(۳۲)	ح۴ ـ ۳ ح۲ د۲ + ۲ د۴
(۲۱)	۳۵ د۲ ـ ۳۴ د + ۴	(۳۳)	د۴ ـ ۸۱
(۲۲)	۲ ح د ر ـ ۱۲ ر س ـ ۲ ح د۲ + ۹ د س	(۳۴)	۳ ح۳ د۲ ـ ۹ س۲ ر
(۲۳)	۲ م + ن ـ ۳ م۲ ن ـ ۲ م ن۲	(۳۵)	۲ ح۳ ـ ۹ ح۲ س + ۲ ح س۲ ـ س۳
(۲۴)	ح۳ ط ـ ح س ط۲ ـ ح۲ س۲ + س۳ ط		

تقسیم کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۰	(۲۱)	۷

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۳)	۷ د	(۱۷)	— ۲ ح د + ۴ س + ۱
(۴)	ح	(۱۸)	ح^{۲} — ۵ ب س + ۶ د^{۲}
(۵)	۳ د	(۱۹)	د + ۱
(۶)	ن	(۲۰)	ط + ف
(۷)	— ح ر	(۲۱)	۳ — س
(۸)	— ح ر	(۲۲)	۲ ح — ۵ د
(۹)	— ۳ ح	(۲۳)	ح + ۲
(۱۰)	۲ ح در	(۲۴)	۲ ح س
(۱۱)	— ۴۱ د ن	(۲۵)	۳ د — ۵
(۱۲)	۲ س د	(۲۶)	۳ د^{۲} — د + ۱
(۱۳)	۳ ط — ۲ س ف	(۲۷)	ح — س — ط
(۱۴)	۲ ط — س ف	(۲۸)	۵ ح^{۲} + ۳ د^{۲}
(۱۵)	— ۴ د + ۳ ر	(۲۹)	ع^{۲} ل + ۳ ع ل^{۲} + ۲ ل^{۳}
(۱۶)	۱ + ۳ ح ط — ۲ س ط	(۳۰)	ح د^{۲} — س د^{۲} — ع د + ح س ع + ح^{۳} — ح^{۲} س
		(۳۱)	۱۶ د^{۴} — ۲۴ د^{۳} + ۳۴ د^{۲} — ۵۴ د + ۸۱

۷ ذو اضعاف اور ذو اضعاف اقل کے سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۴	(۱۴)	د
(۲)	۲۵	(۱۵)	۱۶۸
(۳)	۲۰	(۱۶)	۲۴۰
(۴)	د	(۱۷)	۵۶
(۵)	س $د^{۲}$	(۱۸)	۱۶۸
(۶)	ح ع د	(۱۹)	۳۵۲۰
(۷)	۵ ح س د	(۲۰)	۴۲۵۰۴
(۸)	۳ $ح^{۲}$ $س^{۲}$	(۲۱)	ح س د
(۹)	۹ $ح^{۳}$ $س^{۲}$ $ط^{۶}$	(۲۲)	۲ ح د ر
(۱۰)	۷ م ن ع	(۲۳)	۲۴ د
(۱۱)	ح د ر	(۲۴)	ح س ط
(۱۲)	$\frac{۲}{۵}$ ح	(۲۵)	۲ $د^{۲}$ $ر^{۲}$
(۱۳)	ف	(۲۶)	س $ط^{۲}$ $ف^{۲}$

۸ اختصار کسور کے سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	$\frac{\text{۲ح}}{\text{۳}}$	(۷)	$\frac{\text{م — ن}}{\text{م ن}}$
(۲)	۲س	(۸)	$\frac{\text{۲د — ۳}}{\text{۵}}$
(۳)	$\frac{\text{۴س د}}{\text{۳ح}}$	(۹)	$\frac{\text{۲ح + ۳}}{\text{س}}$
(۴)	$\frac{\text{س د}}{\text{۲}}$	(۱۰)	$\frac{\text{۲س + ۱}}{\text{ح}}$
(۵)	$\frac{\text{د۲}}{\text{۳ح}}$	(۱۱)	$\frac{\text{۳ح — ۲د}}{\text{۲ح — ۳د}}$
(۶)	$\frac{\text{س}}{\text{۲ح}}$	(۱۲)	$\frac{\text{ن — م + ع}}{\text{م — ن + ع}}$

۹ جمع و تفریق کسور کے سوالونکے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	$\frac{\text{۶}}{\text{۱۵}}$	(۴)	$\frac{\text{۲ح}}{\text{۵}}$
(۲)	$\frac{\text{۵ح س}}{\text{۶}}$	(۵)	$\frac{\text{۶د — ۴}}{\text{۷}}$
(۳)	$\frac{\text{۳ح + ۱}}{\text{۳}}$	(۶)	$\frac{\text{۱۰د — ۲}}{\text{۲۱}}$

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۷)	[illegible] / ح	(۲۰)	− و / ۹
(۸)	۶ / ح س	(۲۱)	۱ / ۲
(۹)	(و^۳ + ر^۲ − ۲ و ر) / و^۲	(۲۲)	(و + ۵) / ۶
(۱۰)	(س ط + ۲ ط + ۳) / ح س ط	(۲۳)	(۵ و − ر − ۳) / ۱۰
(۱۱)	(۱۹ و − ۳۲) / ۶	(۲۴)	(۴ و^۲ + ۱۶) / (و + ۱)
(۱۲)	(۴۳ و − ۲۳) / ۱۲	(۲۵)	۲ / و
(۱۳)	(۵۴ و − ۱۳) / ۵۰	(۲۶)	(۲ و^۲ + و) / (و^۲ + ۳ و + ۲)
(۱۴)	۶۲ / ۱۵ و	(۲۷)	(۵ و + ۳۵) / ۴۲
(۱۵)	۴۱ / ۲۰ ر	(۲۸)	(۱۷ و − ۳۴) / ۵۰
(۱۶)	(س ط و + ح ط ر + ح س ص) / ح س ط	(۲۹)	ح ط و / (س^۲ + س ط و)
(۱۷)	(ح ر + ط ر) / ح س ط	(۳۰)	(و^۲ + ر^۲) / (و ر + ر^۲)
(۱۸)	۰	(۳۱)	۱ / (۱ + و^۲ + ۲ و)
(۱۹)	و / ۱۰	(۳۲)	و ر^۴ / (و − ر)

۱۰ ضرب و تقسیم کسور کے سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۳د/۲	(۱۵)	۱۰ — ۱/د
(۲)	۳د	(۱۶)	۳د/۴
(۳)	۵/۴	(۱۷)	۲/د
(۴)	۲د	(۱۸)	(۲ — ۳د)/۵
(۵)	۲ح — ۲د	(۱۹)	۱/د
(۶)	۲۸د	(۲۰)	د^۲ + ر^۲ — ۱/د^۲ — ۱/ر^۲
(۷)	۸د	(۲۱)	د/۲
(۸)	۹د — ۱۵	(۲۲)	۳د/۲۰
(۹)	۶۰+۴۵د	(۲۳)	د/۸
(۱۰)	۱۶ — ۱۳د	(۲۴)	۳د/۴ر
(۱۱)	۲۷د+۱۵۶	(۲۵)	م/ع
(۱۲)	۳د — ۲	(۲۶)	(۱ — ۲ر)/ر
(۱۳)	۶د+۸	(۲۷)	(۱ + ۲س)/۴
(۱۴)	۳د — ۵	(۲۸)	۵ر^۲/۱۳۲

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۲۹)	$\frac{۲س^۲}{۳}$	(۳۹)	$\frac{۲د + ۱}{د - ۲}$
(۳۰)	$\frac{۲ح د^۲}{س ط}$	(۴۰)	$\frac{۲ - ۳د + د^۲}{د ر}$
(۳۱)	$د^۲ + ۲ + \frac{۱}{د^۲}$	(۴۱)	$\frac{۲س - ۶ح}{۲ح س - س^۲}$
(۳۲)	$ر + \frac{۱}{ر} + ۲$	(۴۲)	$\frac{۴ - د}{۴}$
(۳۳)	$\frac{۱}{۱ - س}$	(۴۳)	$\frac{۱}{۱ - د}$
(۳۴)	۱	(۴۴)	$\frac{۱}{د}$
(۳۵)	$\frac{م^۲ - ۳م + ۲}{۴}$	(۴۵)	$\frac{ح^۲ - ح د}{س}$
(۳۶)	$\frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۲} \times \frac{س^۲}{ح^۲} - \frac{۱}{۲} \times \frac{ح^۲}{س^۲}$	(۴۶)	$\frac{ح^۲ + ح د + د^۲}{ح^۲ - ح د + د^۲}$
(۳۷)	ح س		
(۳۸)	$\frac{ح^۳ - د^۳}{ح^۳ + د^۳}$		

---

۱۱ خطوط وحدانی کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	ح ط	(۲)	۴ — د

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۳)	۴د	(۱۲)	$\text{ح}^{۲}$
(۴)	$\text{۲ح}^{۲} - \text{۲س}^{۲}$	(۱۳)	$\text{۱} - \text{د}^{۴}$
(۵)	۷ + ۵د	(۱۴)	د
(۶)	$\frac{\text{۵ح}}{\text{۲}} - \frac{\text{۳د}}{\text{۲}}$	(۱۵)	$\frac{\text{ح}}{\text{س}}$
(۷)	س	(۱۶)	$\frac{\text{س}}{\text{ح}}$
(۸)	$\text{ح د}^{۲} + \text{س د}^{۲}$	(۱۷)	$\frac{\text{۲} + \text{د}}{\text{۱} - \text{د}}$
(۹)	۶ — ۵د	(۱۸)	۱
(۱۰)	۱ — د	(۱۹)	$\text{د}^{۲} + \text{د}$
(۱۱)	۵ح — ۳ط	(۲۰)	$\text{۴د}^{۲} - \text{د}^{۴}$

۱۲ مساوات درجۂ اول کے سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	د = ۶	(۳)	د = ۶
(۲)	د = ۱	(۴)	د = ۸

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۵)	و = ۳	(۲۱)	و = ۵
(۶)	و = ۴	(۲۲)	و = ۵
(۷)	و = ۲	(۲۳)	و = ۷
(۸)	و = ۱	(۲۴)	و = ۷
(۹)	و = ۱۰	(۲۵)	و = ۷
(۱۰)	و = ۸	(۲۶)	و = ۱۴
(۱۱)	و = ۵	(۲۷)	و = ۶۰
(۱۲)	و = ۱۲	(۲۸)	و = ۸۴
(۱۳)	و = ۱	(۲۹)	و = ۳۵
(۱۴)	و = $\frac{۱}{۲}$	(۳۰)	و = ۵
(۱۵)	و = ۴	(۳۱)	و = ۷
(۱۶)	و = ۱۲	(۳۲)	و = ۲
(۱۷)	و = ۹	(۳۳)	و = ۹
(۱۸)	و = ۷	(۳۴)	و = ۷
(۱۹)	و = ۱۰	(۳۵)	$۳\frac{۱}{۱۷}$
(۲۰)	و = ۳۰	(۳۶)	و = ۸

١٣ خطوط وحدانی کے متعلقہ جو مساوات ہین اونکے سوالونکے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(١)	د = ٥	(٧)	د = ٣
(٢)	د = ٥	(٨)	د = ٧
(٣)	د = ٢/٣	(٩)	د = ١٤
(٤)	د = ١٠	(١٠)	د = ٨
(٥)	د = ٦ ١/٢	(١١)	د = ٠
(٦)	د = ٤ ٧/٩	(١٢)	د = ٢

١٤ کسور کے متعلقہ جو مساوات ہین اونکے سوالونکے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(١)	د = ١/٦	(٦)	د = ٨
(٢)	د = ١/٢٠	(٧)	د = ٨
(٣)	د = ١/ح س	(٨)	د = ١٢
(٤)	د = ١٨	(٩)	د = ١/٤
(٥)	د = ٨	(١٠)	د = ٢

۱۵ اخیر سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۱۶	(۱۳)	۸ اور ۴۰
(۲)	۱۲	(۱۴)	۲۴ اور ۶ برس
(۳)	۱۸	(۱۵)	۳۵ ۳۶ اور ۷۱
(۴)	۶۰	(۱۶)	۴۴ اور ۳۶
(۵)	۱۰	(۱۷)	۴/۵
(۶)	۱۰ اور ۳۰	(۱۸)	۳/۵
(۷)	۱۰ ۵/۷ اور ۱۴ ۲/۷	(۱۹)	۲۴۰
(۸)	۱ ۱/۴ اور ۸ ۱/۴	(۲۰)	۳۲ ۸/۱۱ منٹ ایک بجے کے بعد
(۹)	۶ روپیہ آٹھ آنہ ۵ روپیہ ۸ آنہ	(۲۱)	۲۷ ۳/۱۱ منٹ ۵ بجے کے بعد
	۴ روپیہ ۸ آنہ ۳ روپیہ ۸ آنہ	(۲۲)	۲ کوس
(۱۰)	۹ ۵/۷ ۱/۲ اور ۱۲ ۱/۲ ہاتھ	(۲۳)	۲۲ ۲ ۷ ۱۲ من
(۱۱)	۱۰ اٹھنّی اور ۲۰ چوانّی	(۲۴)	۳ آنہ ۸/۲۵ ۴ پائی
(۱۲)	۸		

تمت